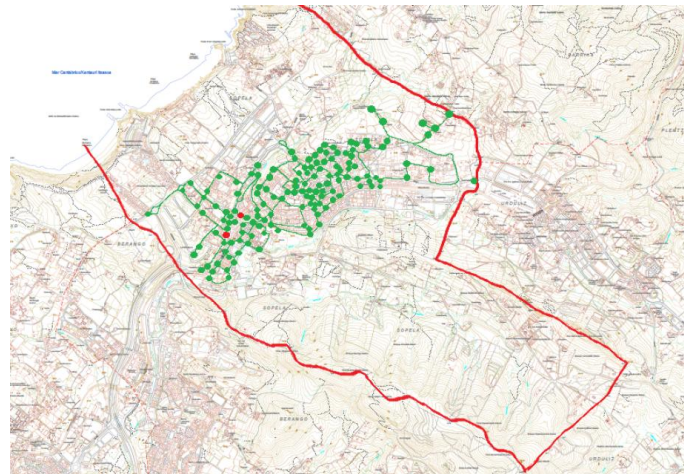


SOPELAKO HIRI HONDAKINEN BILKETARAKO IBILBIDE OPTIMOAREN AZTERKETA



AURKEZPENAREN ANTOLAKETA

1. SARRERA
2. HELBURUA
3. HONDAKIN MOTAK
4. PROIEKTUAREN DESKRIBAPENA
5. IBILBIDE OPTIMOAREN BILAKETA
6. MATRIZEAREN KALKULUA
7. LORTUTAKO IBILBIDEAK
8. ONDORIOAK

1. SARRERA

- Eredugintza matematikoa eta simulazioa
- Optimizazio matematikorako sarrera
- Programazio matematikorako metodoak
- MATLAB softwarea aplikatzea
- Ingeniaritza Zibileko problema baten ebazpena

2. HELBURUAK

Helburu nagusia: Sopela herriko hondakin mota ezberdinen bilketarako ibilbide optimoa planteatzea.

Beste helburu batzuk:

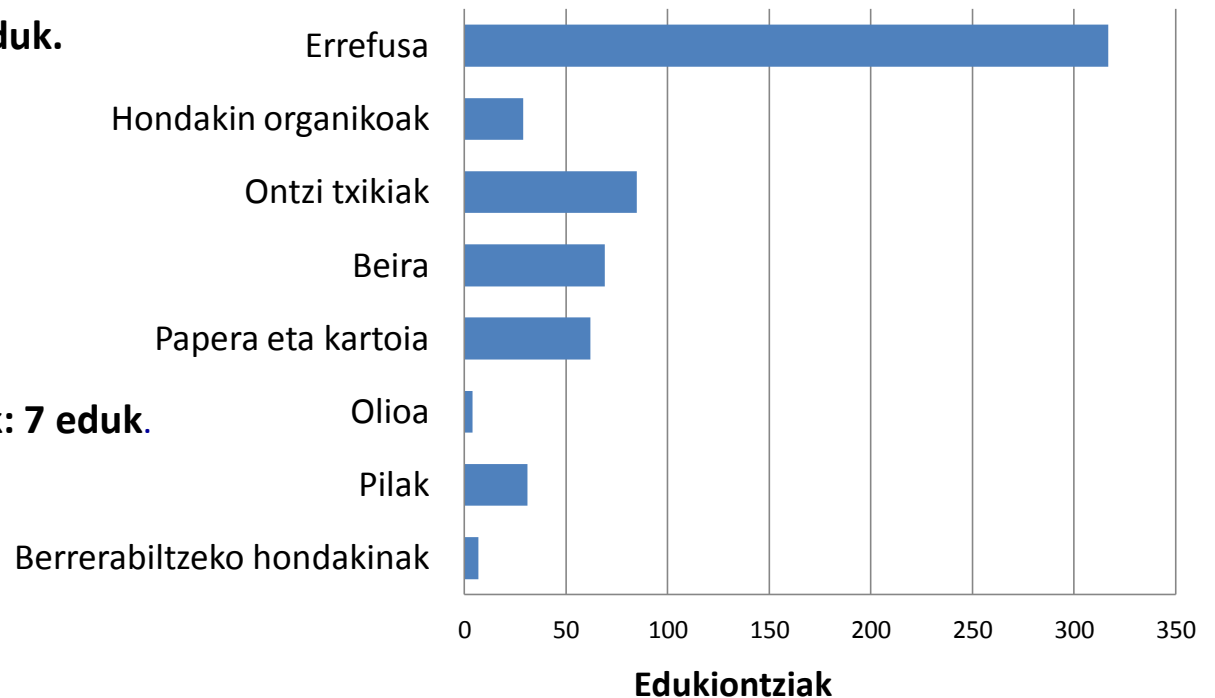
- Kudeaketa hobe bat bilatzea.
- Matematika eta ingeniaritza arloak lotzea.
- Algoritmo genetikoak erabiltzea.

Ingeniaritzarekin erlazioa: matematikaren bidez problemak modu eraginkorrean ebaztea.

3. HONDAKIN MOTAK

1. **Errefusa: 317 eduk. (147 puntu)**
2. **Hondakin organikoak: 29 eduk.**
3. *Bolumen handiko hondakinak*
4. *Ontzi txikiak: 85 eduk.*
5. *Beira: 69 eduk.*
6. *Papera eta kartoia: 62 eduk.*
7. *Olioa: 4 eduk.*
8. *Pilak: 31 eduk.*
9. **Berrerabiltzeko hondakinak: 7 eduk.**
10. *Beste hondakin motak*

Hondakin motak



4. PROIEKTUAREN DESKRIBAPENA

a) Optimizazio problemak

Minimizazio problema:

$$\min f(x),$$

Hauen mende:

$$l_i(x) \leq l_i, i = 1, 2, \dots, p,$$

$$h_i(x) = h_i, i = 1, 2, \dots, s,$$

$$g_i(x) \geq g_i, i = 1, 2, \dots, m.$$

Maximizazio problema:

$$\max (-f(x)),$$

Hauen mende:

$$l_i(x) \leq l_i, i = 1, 2, \dots, p,$$

$$h_i(x) = h_i, i = 1, 2, \dots, s,$$

$$g_i(x) \geq g_i, i = 1, 2, \dots, m.$$

Kasu honetan:

$$\min f(x),$$

Hauen mende:

$$p_i(x) \leq p, i = 1, 2, \dots, k.$$

Minimizazio problema maximizazio problema bihurtzeko: $\min f(x) = \max (-f(x))$

Berdintzak diren murrizketak desberdintza bihurtzeko: $h_i(x) \leq h_i$ eta $h_i(x) \geq h_i$

Txikiago edo berdin diren desberdintzak, handiago edo berdin bihurtzeko:

$$l_i(x) \leq l_i \text{ eta } -l_i(x) \geq -l_i$$

4. PROIEKTUAREN DESKRIBAPENA

b) Agente bidaiariaren problema

Matrizearen dimentsioa: $D=(d_{ij}), i,j=1,2\dots n$ ($n \times n$)

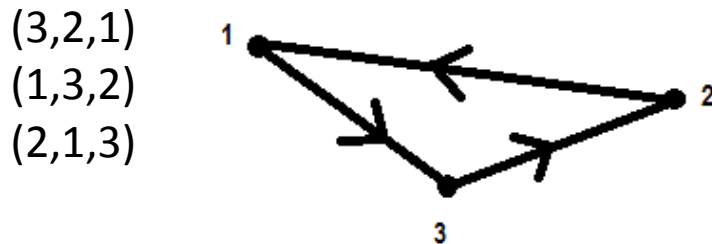
n elementurekin permutazio kopurua: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$

3 elementurekin permutazio kopurua: $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

4. PROIEKTUAREN DESKRIBAPENA

Permutazio posible guztiak 3 elementurekin:

Matrize simetrikoan:

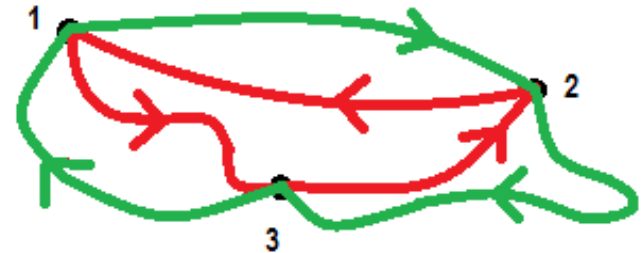


Soluzio posibleen multzoa $n!/n=(n-1)!$ da, ziklo berdina adierazten duten ibilbideek distantzia bera dutelako: $(3-1)! = 2! = 1 \cdot 2 = 2$

Distantzien matrizea simetrikoa denez, soluzio posibleen multzoa: $(n-1)!/2 = (3-1)!/2 = 1$

Matrize ez simetrikoan:

(1,2,3) (1,3,2)
(2,3,1) (2,1,3)
(3,1,2) (3,2,1)



Problemako soluzio posibleak $(n-1)!$, ziklo berdina adierazten dutelako: $(3-1)! = 2! = 1 \cdot 2 = 2$

Distantzien matrizea ez da simetrikoa: $(3-1)! = 2$ ziklo guztira.

4. PROIEKTUAREN DESKRIBAPENA

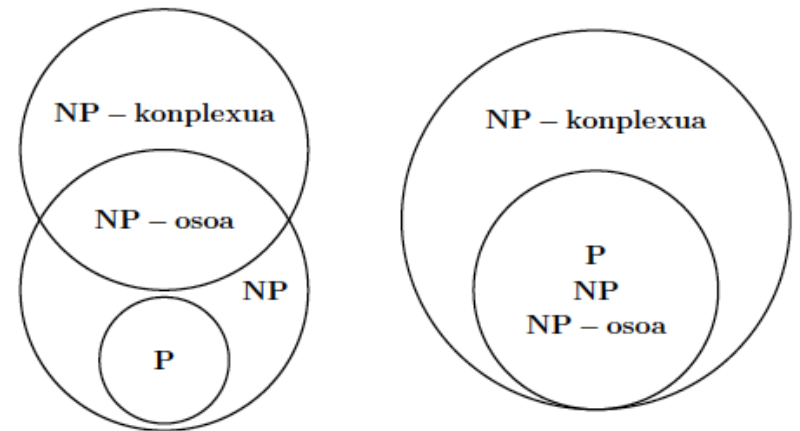
c) Problemaren sailkapena konplexutasunaren arabera

Konplexutasun teoriako klaseak: P, NP, NP-osoak, NP-konplexua.

Definizioak:

-Problema maneiagarria: denbora polinomikoan askatu ahal dena

-Erabaki problema: “bai” edo “ez” erantzuna duen problema



Agente bidaiariaren problema: NP-konplexua.

Zergatik? Problemaren soluzioa aurkitzea oso neketsua bihurtzen da **hiri kopurua** handitzean. Problema hau askatzeko hainbat algoritmo garatu izan dira, algoritmo genetikoak, adibidez.

5. IBILBIDE OPTIMOAREN BILAKETA

Hiru problema ebatzi dira:

- Berrerabiltzekoak: 7 edukiontzi.
- Hondakin organikoak: 29 edukiontzi.
- Errefusa: 186 edukiontzi --> 147 puntu.



Problemaren tamaina (n)	Soluzioen multzoaren tamaina
2	$(2-1)! = 1$
3	$(3-1)! = 2$
4	$(4-1)! = 6$
5	$(5-1)! = 24$
6	$(6-1)! = 120$
7	$(7-1)! = 720$
8	$(8-1)! = 5040$
10	$(10-1)! = 362880$
29	$(29-1)! = 3,048 \cdot 10^{29}$
147	$(147-1)! = 1,175 \cdot 10^{256}$

5. IBILBIDE OPTIMOAREN BILAKETA

Algoritmoak

a) Indar Basatia

Problemaren soluzioen multzoaren tamaina:

$n=7$ guneren kasuan: $(7-1)! = 720$

Ibilbideen errepikapenak izan dira kontuan
(konputazio-kostu gutxiago).

Beraz, permutazio guztiekin ebatzi da problema: $7! = 5040$

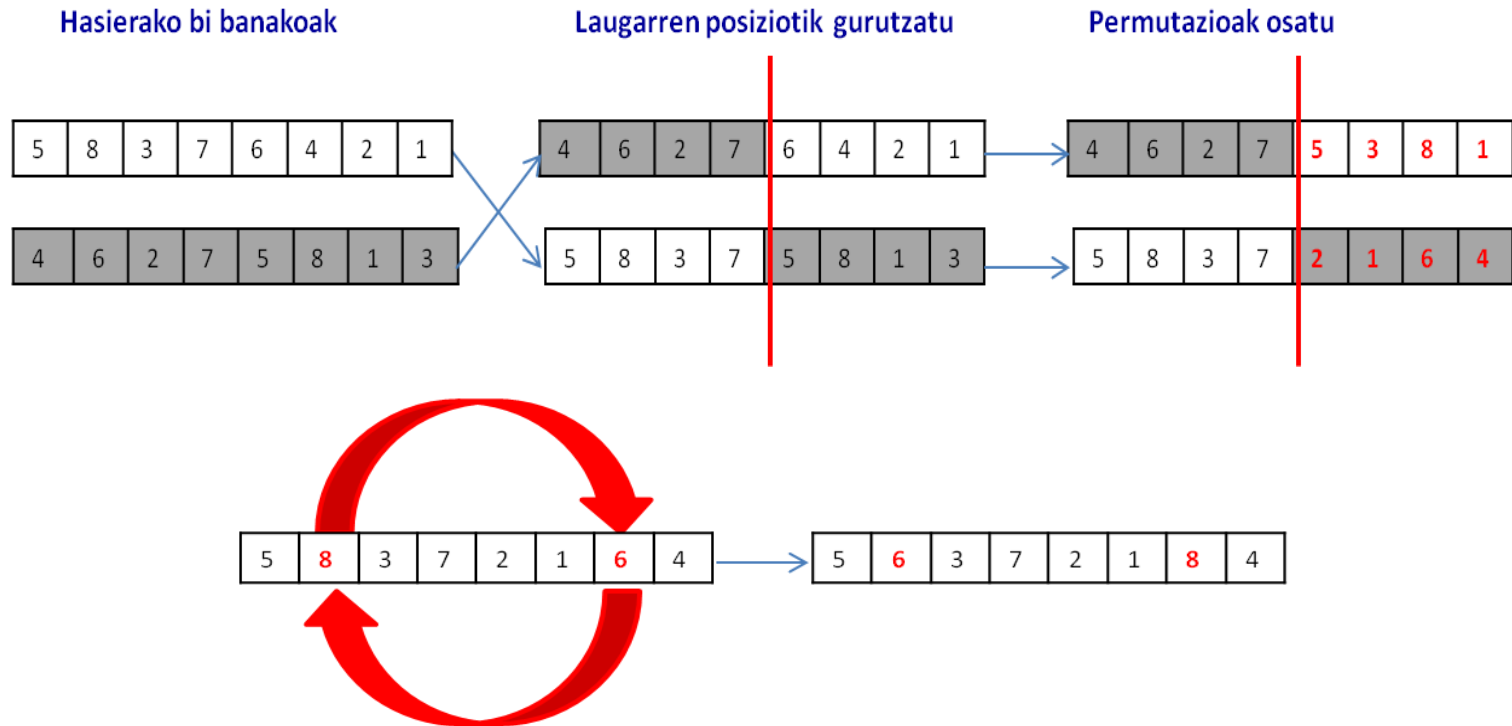
$n=29$ guneren kasuan: $(29-1)! = 3,048 \cdot 10^{29}$

$n=147$ guneren kasuan: $(147-1)! = 1,175 \cdot 10^{256}$

5. IBILBIDE OPTIMOAREN BILAKETA

Algoritmoak

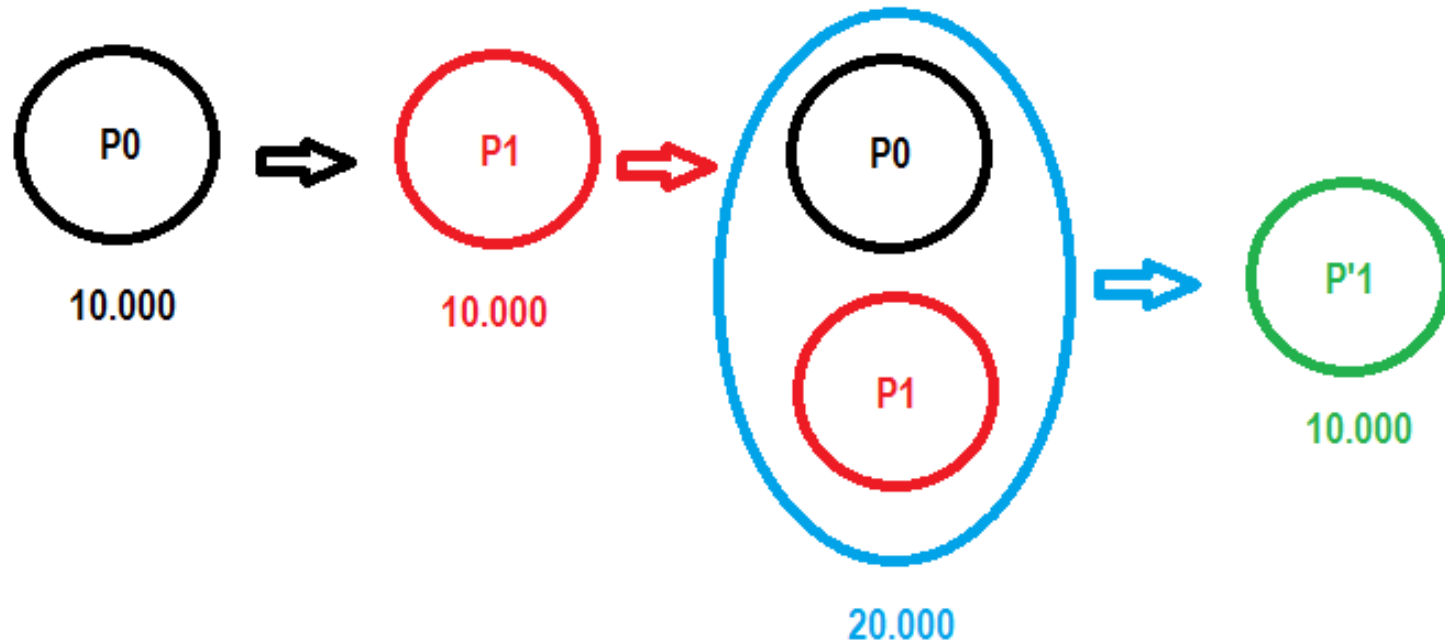
b) Algoritmo genetiko



5. IBILBIDE OPTIMOAREN BILAKETA

Belaunaldi kopuruak prozesua zenbat aldiz aplikatu den adierazten du.

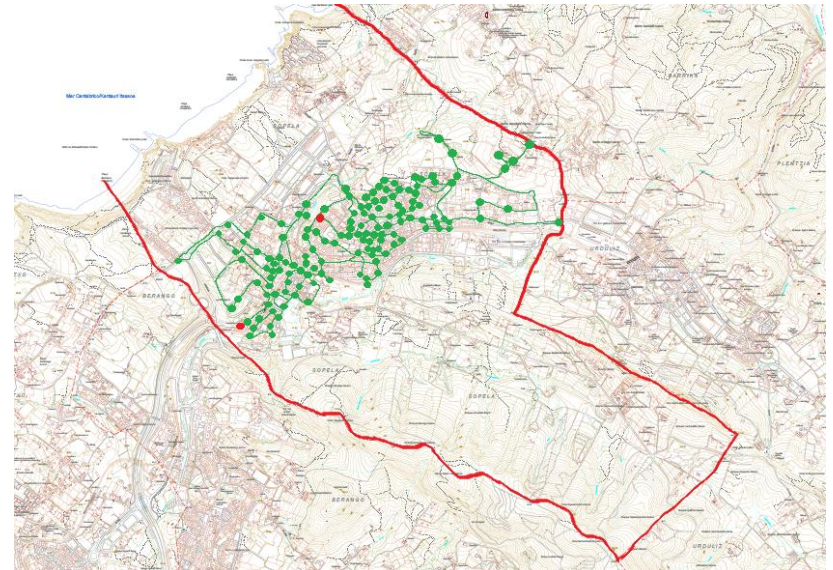
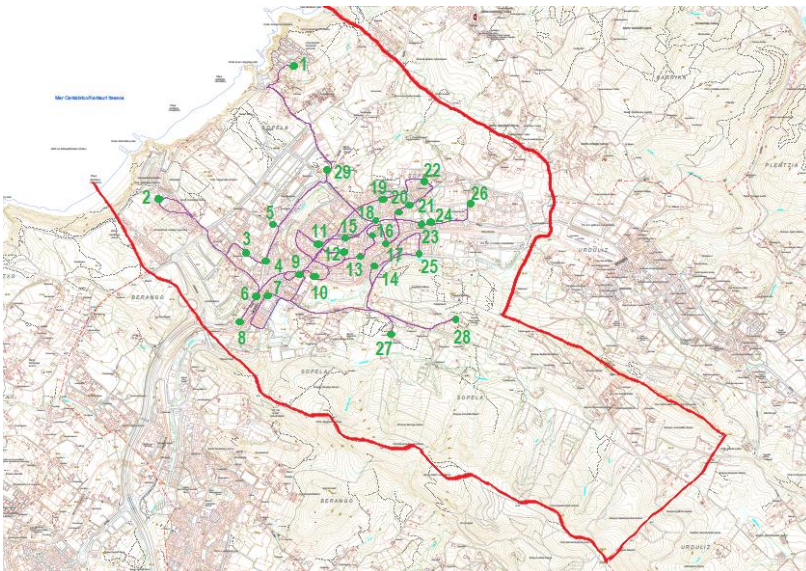
Belaunaldi baten sorrera hurrengo irudian azaltzen da:



5. IBILBIDE OPTIMOAREN BILAKETA

Algoritmo genetikoan erabilitako haziak:

Edukiontzia	7	29	147
Distantzia (km)	10,450	22,917	46,289



5. IBILBIDE OPTIMOAREN BILAKETA

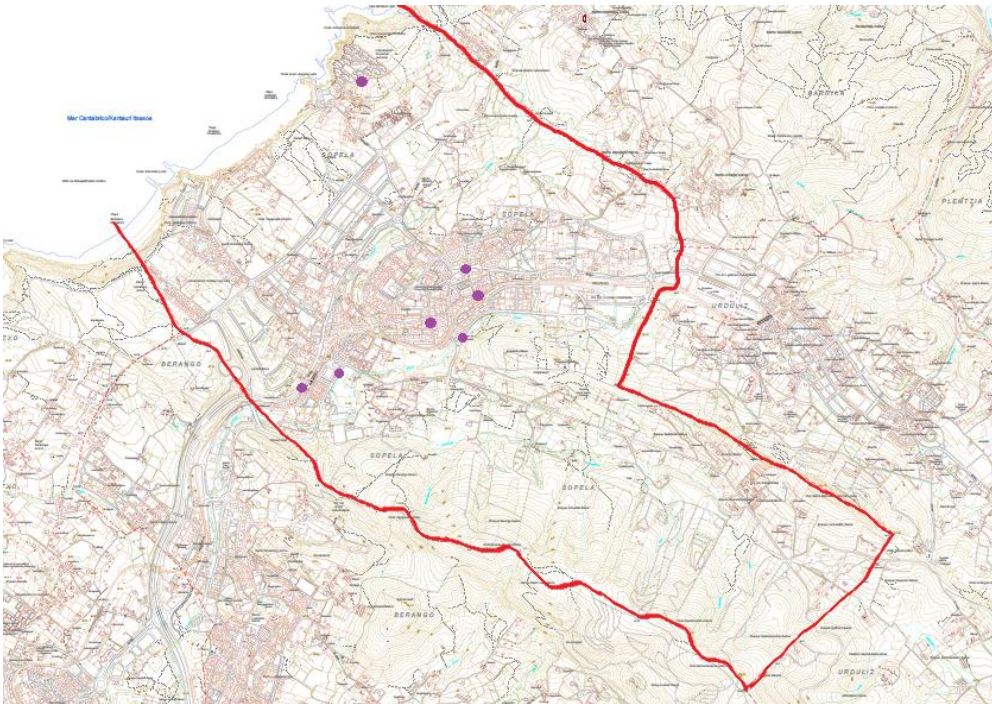
Algoritmoetan erabilitako parametroak:

- **n = 7** guneko problema indar basatia eta algoritmo genetikoa aplikatuz ebatzi da. **20** belaunaldi sortu dira **30** banakorekin.
- **n = 29** guneko probleman, aldiz, algoritmo genetikoa aplikatu da, **200** unitateko hasierako populazioarekin eta **4.000** belaunaldi sortuz.
- **n = 147** guneko problema ere algoritmo genetikoarekin ebatzi da, abiapuntu bezala **400** banako dituen hasierako populazioa aukeratuz eta **4.000** belaunaldi sortuz. Ondoren, datuak aldatu dira emaitza hobeak bilatzeko.

Lehenengo exekuzioetan, hiru problemetan **0,8** eta **0,01** probabilitateak aplikatu dira gurutzaketan eta mutazioan, hurrenez hurren.

6. MATRIZEAREN KALKULUA

a) Berrerabiltzeko hondakinak (7 eduk): Kokalekuak (koordinatuak)



Edukiontzi zenbakia	Koordenatuak (gradu dezimaletan)
1	43.391464, -2.987950
2	43.381466, -2.980558
3	43.380186, -2.979504
4	43.377695, -2.980651
5	43.378805, -2.982968
6	43.375206, -2.992354
7	43.374066, -2.990935

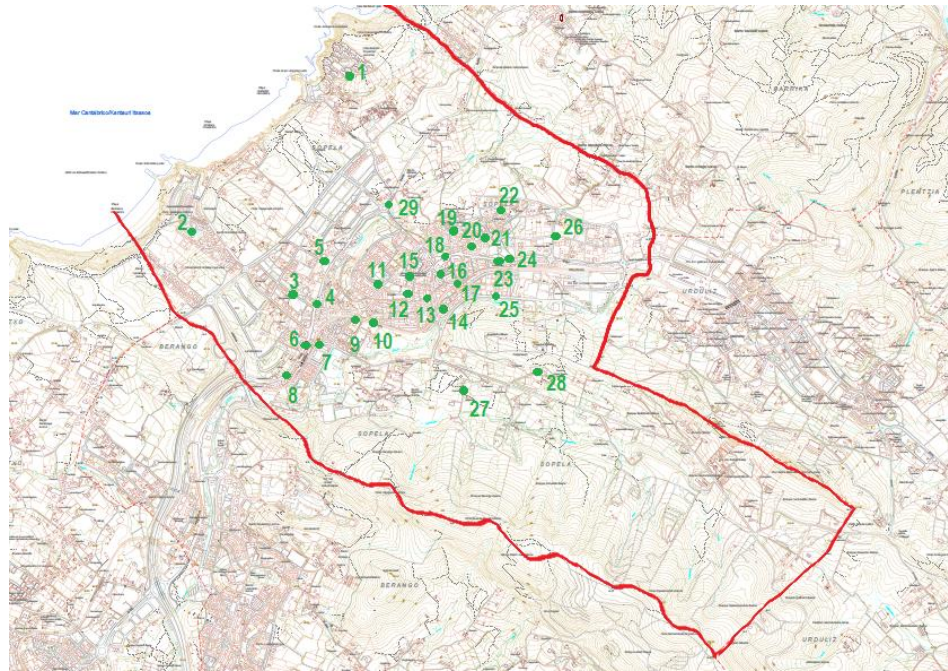
6. MATRIZEAREN KALKULUA

- a) Berrerabiltzeko hondakinak: Matrizearen idazketa
(distantziak km-tan)

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1,70	1,90	2,20	2,20	2,30	2,40
2	1,70	0	0,23	0,55	0,55	1,70	1,10
3	1,90	0,27	0	0,80	0,80	2,00	1,30
4	3,40	2,80	0,50	0	0,40	1,90	0,95
5	2,00	0,40	0,40	0,40	0	1,20	0,80
6	2,40	1,70	1,90	1,90	1,20	0	1,00
7	3,80	1,70	2,00	1,60	1,60	1,70	0

6. MATRIZEAREN KALKULUA

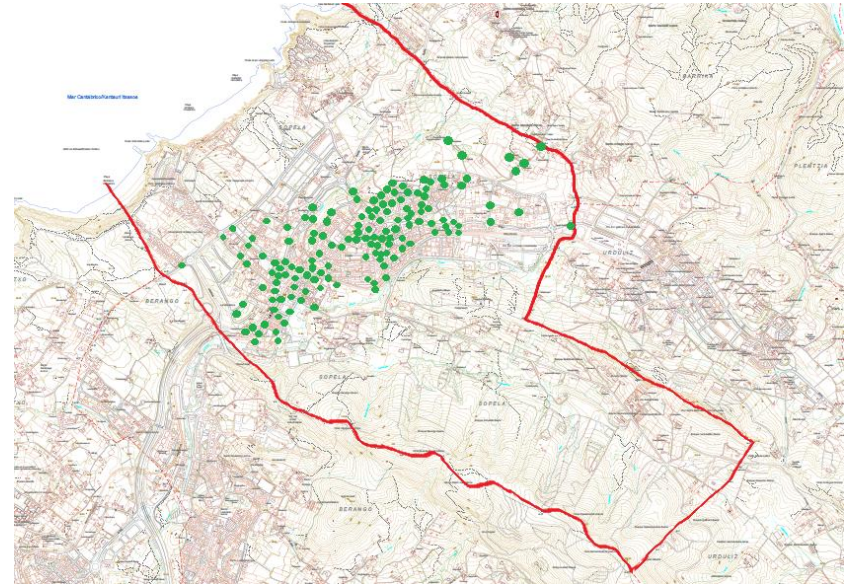
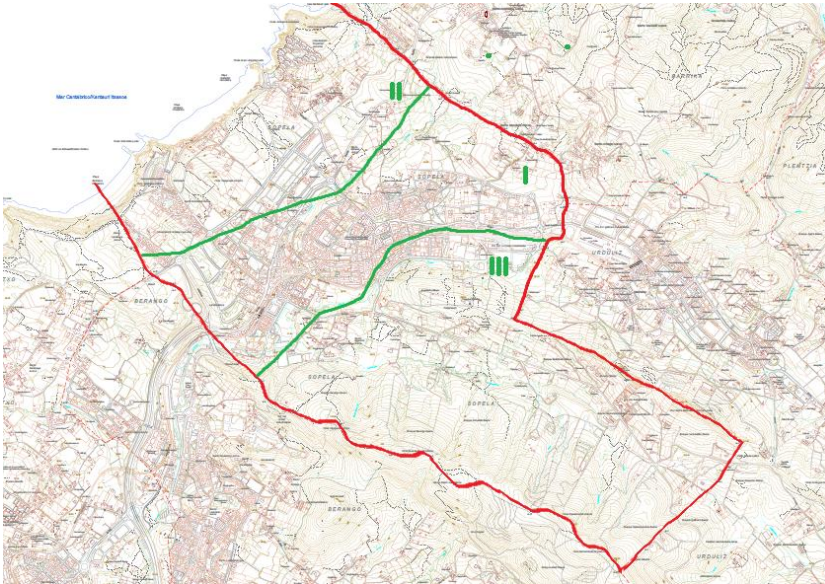
b) Hondakin organikoak (29 eduk): Kokalekuak



E. Alberdi, L. Urrutia, A. Goti, A. Oyarbide-Zubillaga, *Modeling the municipal waste collection using genetic algorithms*. Processes. Vol. 8, 2020, 513 orrialdeak.

6. MATRIZEAREN KALKULUA

c) Errefusa (147 eduk): Kokalekuak



E. Alberdi, L. Urrutia, A. Goti, A. Oyarbide-Zubillaga, *Modeling the municipal waste collection using genetic algorithms*. Processes. Vol. 8, 2020, 513 orrialdeak.

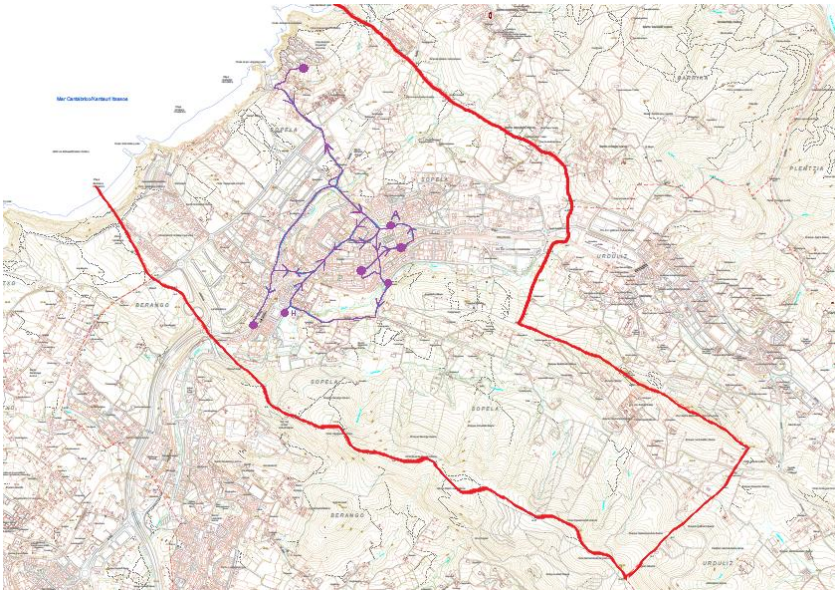
7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

a) Berrerabiltzeko hondakinak (7 eduk.)

Indar basatia: $7! = 5.040$ aukera

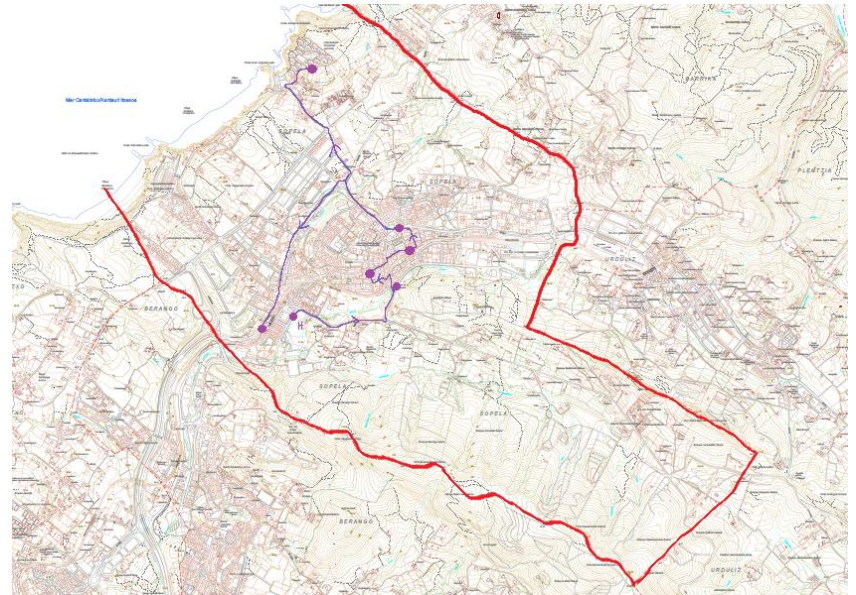
Ibilbide luzeenaren distantzia maximoa
13,2km eta bere ibilbidea da:

7-1-5-3-6-4-2-7



Ibilbide laburrenaren distantzia minimoa
7,67km eta bere ibilbidea da:

7-4-5-3-2-1-6-7



7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

a) Berrerabiltzeko hondakinak (7 eduk.)

Algoritmo genetikoa

5.040 ibilbideetatik: **30 unitateko multzoa**
20 belaunaldi eta exekuzio bakarra

n=7	AG hazirik gabe	AG haziarekin
Belaunaldiak	20	20
Populazioa	30	30
Gurutzaketa probabilitatea	0,8	0,8
Mutazio probabilitatea	0,01	0,01
Ibilbiderik onena	(3,2,1,6,7,4,5)	(7,4,5,3,2,1,6)
Distantziarik onena (km)	7,670	7,670

7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

a) Berrerabiltzeko hondakinak (7 eduk.)

Algoritmo genetikoa

5.040 ibilbideetatik: **30 unitateko multzoa**

20 belaunaldi eta 10 exekuzio

n=7	AG hazirik gabe	AG haziarekin
Belaunaldiak	20	20
Populazioa	30	30
Gurutzaketa probabilitatea	0,8	0,8
Mutazio probabilitatea	0,01	0,01
Distantziarik onena (km)	7,670	7,670
Distantziarik txarrena (km)	8,020	7,770
Bataz besteko distantzia (m)	7,705	7,690

7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

b) Hondakin organikoak (29 eduk.)

Algoritmo genetikoa

(29-1)! = 3,048 · 10²⁹ ibilbideetatik: **200** unitateko multzoa
4.000 belaunaldi eta exekuzio bakarra

n=147	AG hazirik gabe	AG haziarekin
Belaunaldiak	4000	4000
Populazioa	200	200
Gurutzaketa probabilitatea	0,8	0,8
Mutazio probabilitatea	0,01	0,01
Ibilbiderik onena	(18, 16, 28, 27, 14, 25, 13, 12, 11, 9, 7, 4, 3, 2, 5, 8, 6, 10, 17, 20, 21, 23, 24, 26, 22, 19, 1, 29, 15)	(10, 12, 13, 17, 23, 24, 26, 22, 19, 21, 20, 18, 15, 11, 9, 7, 28, 27, 14, 25, 16, 1, 29, 5, 4, 3, 2, 8, 6)
Distantziarik onena (km)	18,027	17,657

7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

b) Hondakin organikoak (29 eduk.)

Algoritmo genetikoa

(29-1)! = $3,048 \cdot 10^{29}$ ibilbideetatik: **200 unitateko multzoa**
4.000 belaunaldi eta 10 exekuzio

n=147	AG hazirik gabe	AG haziarekin
Belaunaldiak	4000	4000
Populazioa	200	200
Gurutzaketa probabilitatea	0,8	0,8
Mutazio probabilitatea	0,01	0,01
Distantziarik onena (km)	17,377	17,187
Distantziarik txarrena (km)	19,017	18,367
Bataz besteko distantzia (m)	18,191	17,853

7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

b) Hondakin organikoak (29 eduk.)

Algoritmo genetikoa

(29-1)! = 3,048 · 10²⁹ ibilbideetatik: **4.000** unitateko multzoa
800 belaunaldi eta exekuzio **bakarra**

n=147	AG hazirik gabe	AG haziarekin
Belaunaldiak	800	800
Populazioa	4000	4000
Gurutzaketa probabilitatea	0,8	0,8
Mutazio probabilitatea	0,8	0,8
Distantziarik onena (km)	17,170	16,937

7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

c) Errefusa (147 eduk.)

Algoritmo genetikoa

(147-1)! = 1,175 · 10²⁵⁶ ibilbideetatik: **400** unitateko multzoa
4.000 belaunaldi eta exekuzio bakarra

n=147	AG hazirik gabe	AG haziarekin
Belaunaldiak	4000	4000
Populazioa	400	400
Gurutzaketa probabilitatea	0,8	0,8
Mutazio probabilitatea	0,01	0,01
Ibilbiderik onena	(102, 103, 142, 113, 114, 125, 130, 134, 133, 132, 124, 117, 75, 61, 79, 82, 87, 21, 18, 19, 53, 139, 141, 52, 36, 85, 8, 7, 10, 9, 88, 76, 48, 46, 57, 50, 49, 47, 45, 121, 120, 119, 116, 56, 64, 62, 99, 98, 69, 67, 66, 122, 123, 129, 131, 128, 126, 55, 39, 71, 73, 97, 68, 65, 63, 104, 146, 105, 137, 138, 54, 20, 28, 32, 34, 41, 42, 33, 38, 31, 29, 24, 25, 30, 35, 44, 106, 107, 143, 147, 111, 112, 115, 144, 108, 127, 118, 95, 77, 83, 3, 4, 2, 1, 14, 80, 110, 43, 51, 100, 70, 74, 59, 58, 27, 26, 12, 17, 6, 5, 22, 23, 72, 78, 86, 11, 13, 15, 16, 81, 37, 96, 94, 84, 89, 90, 91, 93, 92, 60, 40, 101, 145, 140, 135, 136, 109)	(141, 140, 135, 136, 107, 138, 137, 139, 142, 147, 41, 42, 40, 101, 4, 102, 104, 146, 105, 108, 145, 109, 144, 143, 106, 103, 111, 112, 110, 113, 115, 114, 116, 51, 126, 121, 125, 129, 130, 134, 133, 131, 128, 127, 119, 132, 124, 117, 120, 122, 123, 50, 118, 69, 64, 62, 68, 100, 99, 98, 97, 67, 66, 49, 48, 47, 45, 46, 55, 43, 56, 70, 96, 95, 94, 77, 78, 73, 75, 74, 61, 60, 59, 39, 31, 37, 76, 84, 88, 86, 90, 10, 9, 8, 7, 3, 2, 4, 1, 6, 5, 12, 11, 13, 15, 17, 18, 16, 14, 89, 91, 92, 93, 85, 87, 80, 79, 81, 19, 82, 83, 71, 29, 27, 25, 26, 23, 22, 21, 20, 24, 28, 72, 30, 32, 35, 34, 33, 38, 57, 58, 65, 63, 54, 53, 52, 36)
Distantziarik onena (km)	48,351	30,415

7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

c) Errefusa (147 eduk.)

Algoritmo genetikoa

(147-1)! = 1,175 · 10²⁵⁶ ibilbideetatik: **400 unitateko multzoa**
4.000 belaunaldi eta 10 exekuzio

n=147	AG hazirik gabe	AG haziarekin
Belaunaldiak	4000	4000
Populazioa	400	400
Gurutzaketa probabilitatea	0,8	0,8
Mutazio probabilitatea	0,01	0,01
Distantziarik onena (km)	48,474	29,631
Distantziarik txarrena (km)	54,608	32,767
Bataz besteko distantzia (m)	50,909	31,716

7. LORTUTAKO IBILBIDEAK

c) Errefusa (147 eduk.)

Algoritmo genetikoa

$(147-1)! = 1,175 \cdot 10^{256}$ ibilbideetatik: **4.000** unitateko multzoa
1.800 belaunaldi eta exekuzio bakarra

n=147	AG hazirik gabe	AG haziarekin
Belaunaldiak	1800	1800
Populazioa	4000	4000
Gurutzaketa probabilitatea	0,8	0,8
Mutazio probabilitatea	0,8	0,8
Distantziarik onena (km)	40,346	27,095

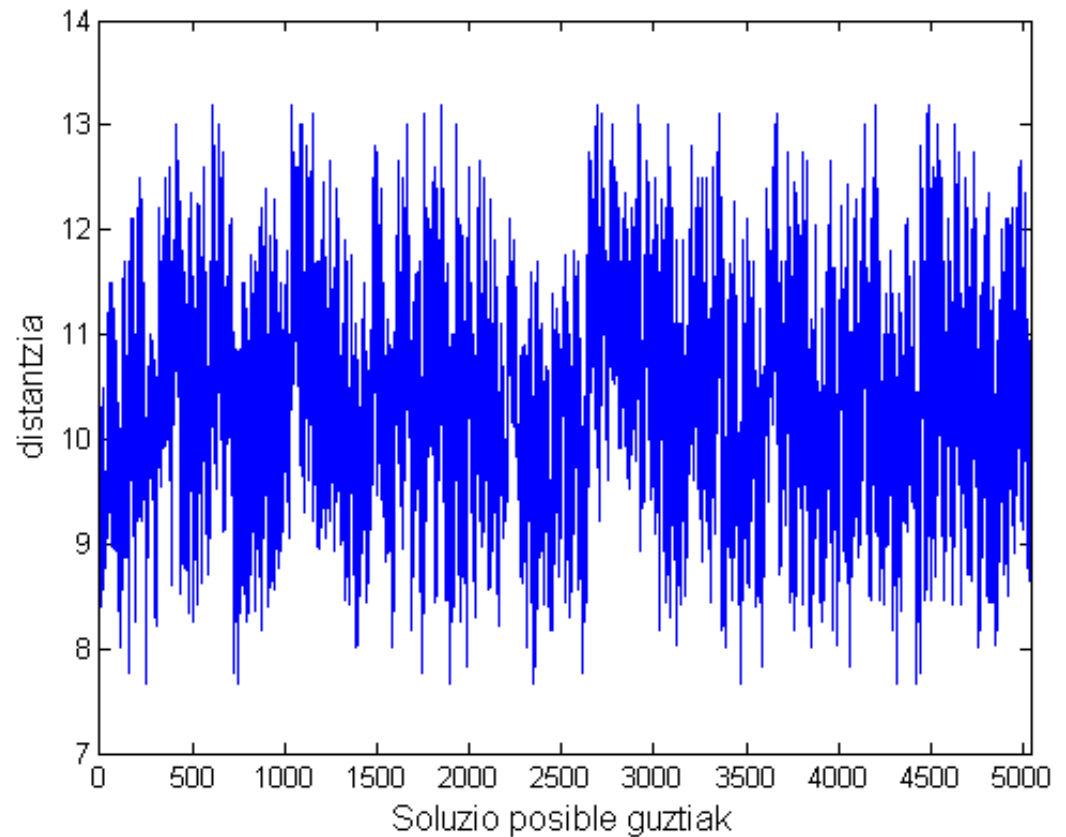
8. ONDORIOAK

a) Berrerabiltzeko hondakinak (7 eduk.)

Distantzia maximoa: **13,2**km.

Distantzia minimoa: **7,67**km.

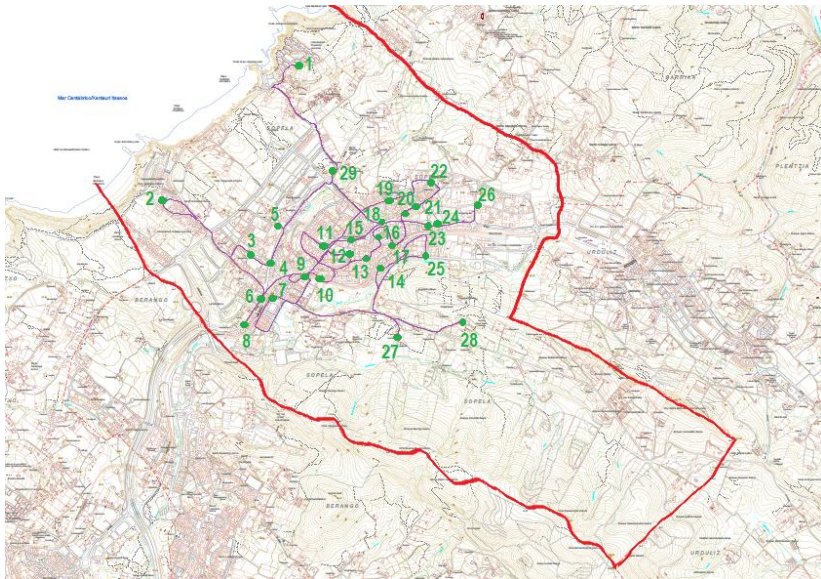
Algoritmo genetikoarekin
lortutako distantzia
minimoa: **7,67**km.



8. ONDORIOAK

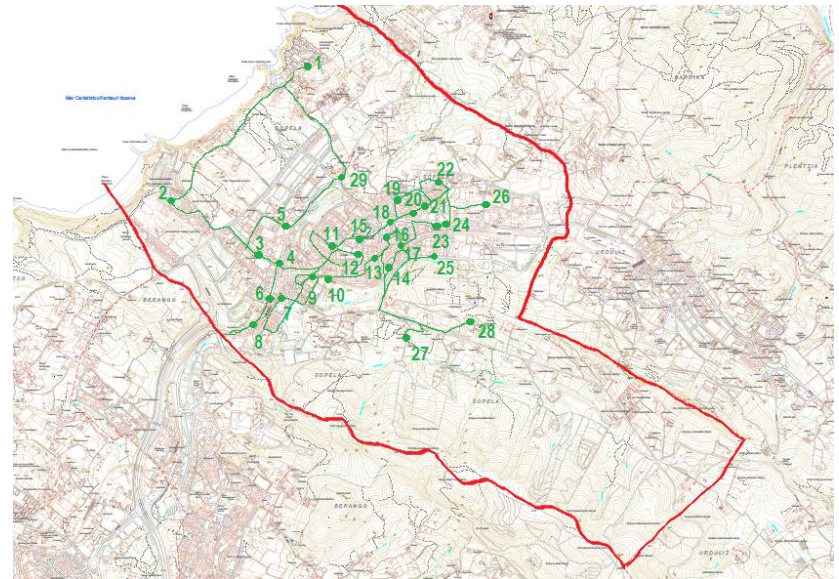
b) Hondakin organikoak (29 eduk.)

Hobetu nahi den ibilbidearen
distantzia: **22,917**km.



800 belaunaldi sortu dira
4.000 unitateko multzoa

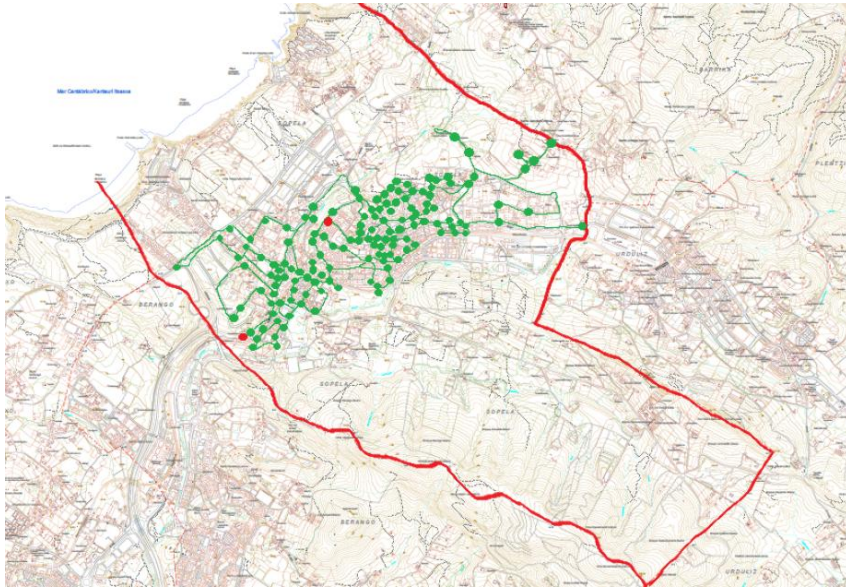
Algoritmo genetikoarekin lortutako
distantzia minimoa: **16,937**km.



8. ONDORIOAK

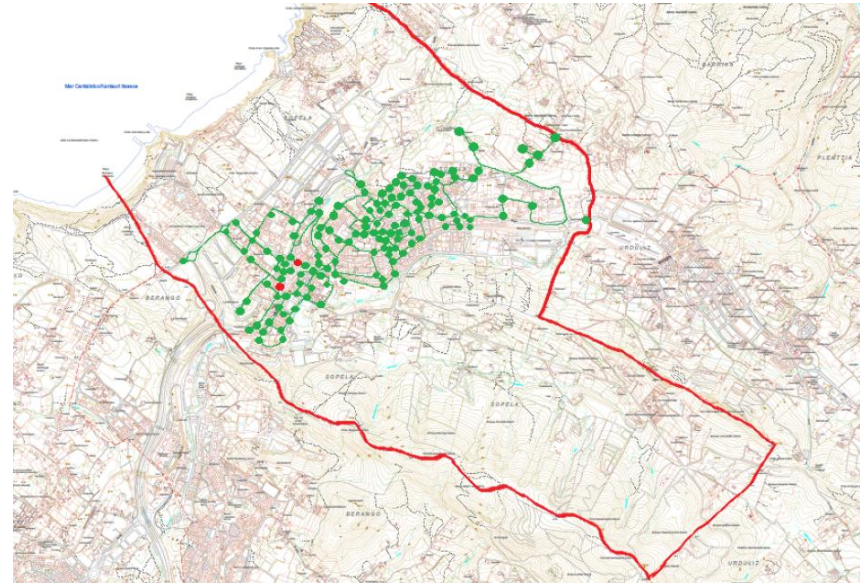
c) Errefusa (147 eduk.)

Hobetu nahi den ibilbidearen distantzia: **46,2890**km.



1.800 belaunaldi sortu dira
4.000 unitateko multzoa

Algoritmo genetikoarekin lortutako distantzia minimoa: **27,095**km.



8. ONDORIOAK

Azken ondorioak

- Problema txikian (n=7) ondo funtzionatu du algoritmo genetikoak: **2,78km** murriztu da ibilbidea. Algoritmo genetikoa haziarekin eta hazirik gabe erabiliz.
- Problema ertainean (n=29) algoritmo genetikoa hazirik gabe aplikatuz: **5,747km** murriztu da ibilbidea; haziarekin aplikatuz: **5,98km** murriztu da.
- Problema handian (n=147) algoritmo genetikoa hazirik gabe aplikatuz: **5,943km** murriztu da ibilbidea; haziarekin, ordea, aplikatuz: **19,194km** murriztu da.
- Problema handian eta ertainean emaitza hobeak lortu dira biztanleria handitu denean. Aldi berean, belaunaldi kopurua txikitu egin da.
- Hiru ibilbideak kontsideratuz, urtero 7.400km-ko murrizketa egongo litzateke. Urtero **5,58tona** CO₂, **0,43kg** CO eta **13,95kg** NO_x aurreztuko lirateke ibilbide murriztuekin.