

3. FLUXU BISKOSOA

- 3.1. Karga-galera
 - 3.2. Reynolds-en esperimntua
 - 3.3. Poiseuille-ren formula
 - 3.4. Sarrera baldintzak fluxu laminarrean eta zurrunbilotsuan
 - 3.5. Darcy-Weisbach-en ekuazioa. Adierazpen orokorrak
 - 3.6. Galera kokatuak
 - 3.6.1. Galera-koefizienteak
 - 3.6.2. Luzera baliokidearen metodoa
 - 3.7. Hodien elkarketak
 - 3.7.1. Serie elkarketa
 - 3.7.2. Paralelo elkarketa
- Ariketak

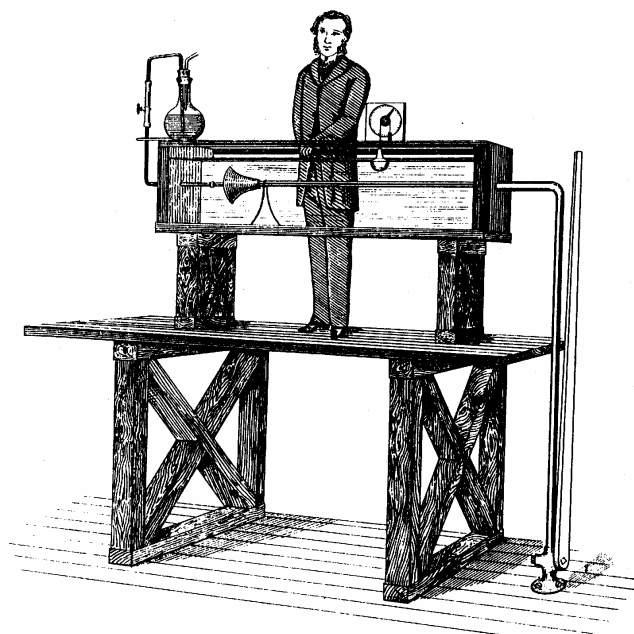


Fig. 9.1. Sketch of Reynolds's dye experiment, taken from his 1883 paper

Aurreko gaien fluido higidura aztertu izan dugu. Hala ere, bertako kasu guztietan fluido idealekin aritu gara, hau da, fluidoek biskositatea erakusten ez dutela suposatzen dugu. Gai honetan, biskositateak fluido higiduran sortzen dituen efektuak ikusiko ditugu.

Dakigunez, fluido baten fluxua bi motatakoa izan daiteke: fluxu laminarra edo zurrunbilotsua. Fluxu laminarra, Poiseuille-ren erregimena ere deitua, iraunkorra da, eta bertan partikulen ibilbideak beraien artean paraleloak dira. Berriz, fluxu zurrunbilotsua, Venturi-ren erregimena ere deitua, ez da iraunkorra, puntu desberdinetako abiadurak denborarekin aldatuz baitoaz. Zurrunbilotsuak daude, eta ondorioz, partikulen ibilbideak ez dira paraleloak. Biskositateak bi fluxu mota hauek sortzen dituen efektuak desberdinak dira. Beraz, erresistentzia fenomenoak aztertzerakoan korronea laminarra edo zurrunbilotsua den hala ez jakitea oso garrantzitsua da.

3.1. Karga-galera



Demagun sekzio konstanteko hodi horizontala daukagula, eta bertatik fluido ideala ari dela igarotzen. Fluido idealak bada, edozein sekziotan abiadura eta presioa berdinak izango dira. Baina fluido idealak ez bada, hau da, biskositatea kontuan hartu behar baldin badugu, fluxuan aldaketa batzuk gertatuko dira. Jarraitasunaren ekuazioak A eta B puntuen artean aplikatzen badugu, bi puntuetan abiadura berdina dela konturatuko gara. Beraz, fluido biskosoa izanik ere, abiadura ez da aldaketarik egongo. Orduan, puntu batetik bestera aldatu behar den parametroa presioa izan behar da. Presio-diferentzia honi, $P_A - P_B$ delakoari, *karga-galera* deritzo.

Biskositatearen eragina aztertzeko askotan beste magnitude bat erabili ohi da, *luzera unitateko karga-galera* alegia. Termino honek presioaren gradientea adierazten digu, eta formula honen bidez emanda dago: $(P_A - P_B)/l$.

Gainera, biskositatearen kausaz bi sekzioen artean potentzia disipatuko da. Hortaz, fluidoaren fluxu iraunkorrean garraiatzeko galduriko potentzia eman behar izango diogu. Eman beharreko potentzia karga-galerarekin erlazionaturik dago, eta adierazpen honen bidez kalkula daiteke:

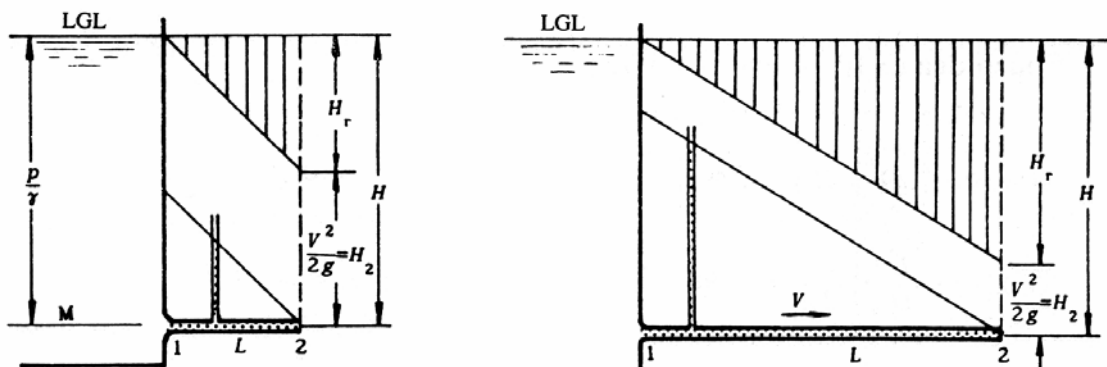
$$\dot{W} = Pot = (P_A - P_B)Q,$$

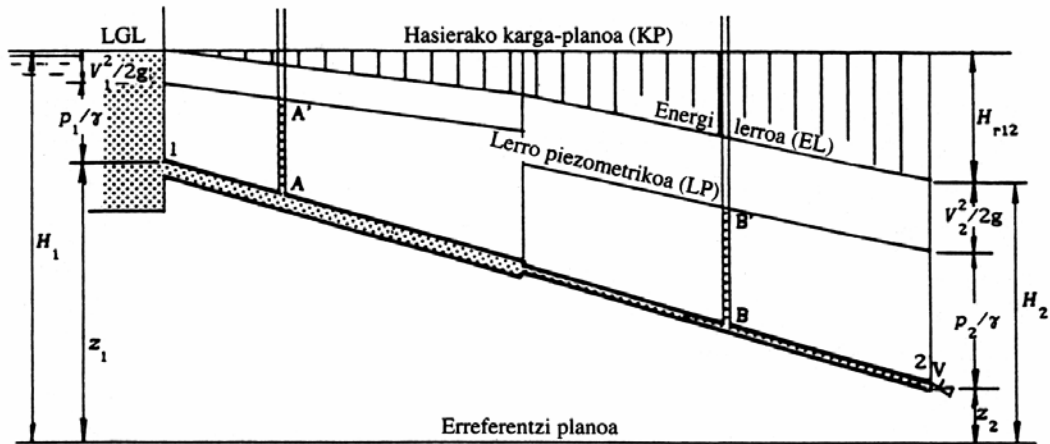
non Q hodiaren emaria den.

Dakigunez, Bernouilli-ren ekuazioak fluidoaren energiaren kontserbazioa adierazten du. Hori dela eta, fluido biskoso batean aplikatu nahi baldin badugu, zuzenketa bat egin behar izango diogu. Bi puntuen artean biskositateagatik energia galdu egiten da, eta hori ekuazioan adierazi behar da. Zuzenketa eginez ekuazioa era honetan geratuko da:

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g y_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g y_B + \rho g H_{rp}.$$

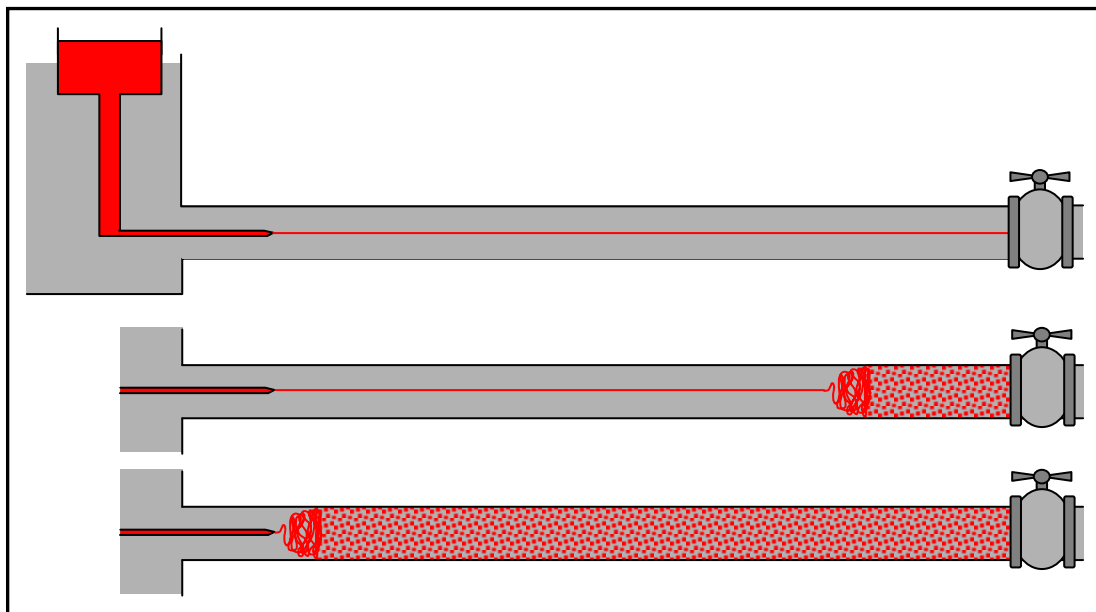
$\rho g H_{rp}$ terminoa karga-galera da, eta fluidoaren energia-lerroaren jaitsiera adierazten du. H_{rp} delakoak luzerako unitatea dauka, metroa alegia.





Aurreko irudietan ikusten denez, karga-galerak lerro-piezometrikoan eragin zuzena du. Zeharkako sekzio berdineko hodian kasuan, galduriko energia hodiaren luzeraren araberakoa da. Horrela, presioa txikituz joango da hodian zehar, baina abiadura berdina izango da puntu guztietan, altuera zinetikoa uniformea mantenduz. Hodia hainbat eta luzeago, galerak gero eta handiagoak izango dira, abiadura eta emaria txikituz.

3.2. Reynolds-en esperimentua

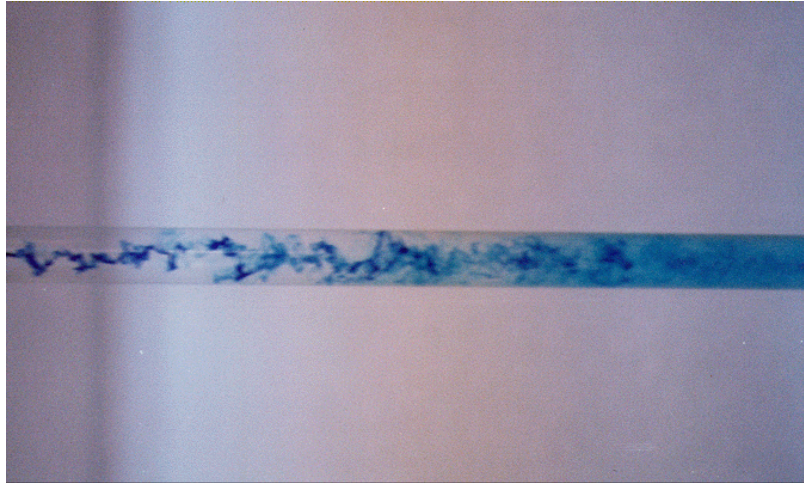


3.1. Irudia. Reynolds-en esperimentua.

Fluxu laminarra eta zurrunbilotsua aztertzeko asmoarekin Reynolds-ek dispositibo bat prestatu zuen. Alboko irudietan ikusten denez, dispositiboan ontzi handi batean isurtegi-hodi bat dago. Isurtegi horretatik ur-fluxua igarotzen da eta emari hori erregulatzeko balbula bat dauka. Koloratzailea duen ontzi batetik hodi fin bat isurtegian sartzen da (jatorrizko fluxua aldatu gabe), eta fluxua dagoenean koloratzailea askatzen du. Dispositibo horren bidez Reynolds-ek emari desberdinetan fluxuaren konportamoldeak aztertu zituen.

Reynolds-ek, balbula zabalduz, emaria handitu zuen eta bitartean fluxuaren ezaugarriak zelan aldatzen diren aztertu zuen. Fluxuan hiru egoera desberdinak bereiztu zituen, ondoko hauek alegia:

- a) Balbula gutxi zabaltzen bazuen (emari txikia), koloratzailearen fluxu-lerroa lerro zuzena zela behatu zuen. Orduan, fluxu laminarra zegoela ondorioztatu zuen.
- b) Balbula pixka bat gehiago zabalduz, emari handiagotzen zen, eta balbularen inguruan zurrunbiloak sortzen zirela ikusi zuen. Zurrunbilo hauen ondorioz, ura eta koloratzailea nahastatu egiten ziren. Une hori fluxu zurrunbilotsuaren hastapena zen.
- c) Emaria gehiago handitzean, zurrunbiloak hodiaren puntu guztietara hedatzen zirela ikusi zuen. Une horretan, fluxua erabat zurrunbilotsua zen.



Hau guzti hau ikusita, Reynolds-ek fluxuaren bi erregimenak bereizteko zenbaki adimentsional bat definitu zuen, *Reynolds-en zenbakia* alegia. Reynolds-ek zenbaki hau aipatutako esperimentuaren bitartez finkatu zuela kontuan hartu behar dugu. Hala ere, aurrerago ikusiko dugunez, Reynolds-en zenbakia Anlisi Dimentsionalaren bitartez ere defini daiteke.

Reynolds-ek definizio esperimentalak egiteko, *hodia eta fluidoaren abiadura karakteristikoa* era honetan definitu zuen:

$$v_0 = \frac{\mu}{D\rho} = \frac{\nu}{D},$$

non D hodiaren diametroa den, eta μ , ρ eta ν fluidoaren ezaugarriak. Fluidoaren abiadura, abiadura karakteristikoz zatituta lortzen da Reynolds-en zenbakia, hau da:

$$Re = \frac{v}{v_0} = \frac{vD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi\nu D}.$$

Dakigunez, Reynolds-en zenbakia zenbaki adimentsionala da, eta edozein unitate-sistematara balio bera hartzen du. Sekzio zirkularreko hodi batean, bere balioaren arabera esperimentalki ondoko kasuak gertatzen direla frogatu da:

- $Re < 2300$ bada, hodian fluxu laminarra izango dugu.
- $Re > 2300$ bada, hodian fluxu zurrunbilotsua egongo da.

$Re_k = 2300$ zenbakiari *Reynolds-en zenbaki kritiko* deritzen. Bibliografian zenbaki honetarako balio desberdinak ageri dira. Baina, onartutako zenbakia 2300 izan arren, $2000 < Re_k < 4000$ bitarteko egoera ez da oso zehatza.

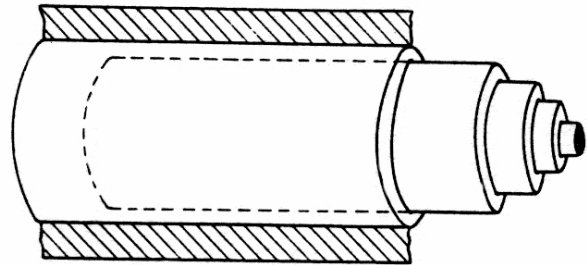
Badaude halaber, goi-zenbaki kritikoak ere. $Re_k = 40000$ izanda ere, erregimen laminarra mantentzea lortu da saiakuntza oso zainduetan, edozein dardara edo bibrazio-mota ere ekidinez lan eginda. Egoera honetan, arrazoiren bategatik erregimen laminarra hausten edo eteten bada, gero ez da berriro berrezartzen. Hodietako kalkulu-lanetarako interesatzen den erreferentzia, behe-zenbaki kritikoak da ($Re_k = 2300$) eta horren azpitik, erregimen laminarra halabeharrez hautsi edo eten arren, berriro ere berez berrezartzen da.

Adierazpena aztertzen badugu, Re hodiaren diametroaren funtzioa da. Diametroa txikia bada, abiadura karakteristikoa handia izango da, beraz fluxu laminarra abiadura-tarte handian gertatuko da. Adibidez, kapilarren kasua hor koka daiteke. Bestalde, diametroa handia bada, abiadura karakteristikoa txikia izango da, eta horregatik, fluidoaren abiadura pixka bat handitzean berehala fluxu zurrunbilotsua izango dugu. Ohiko aplikazio industrialak dira honen adibide garbia.

Errealitatean aztertzen ari garen sistema batean zein motatako erregimenean gauden jakitea oso garrantzitsua da. Fluxuaren nolakotasuna ondo zehazten ez badugu, okerreko adierazpenak erabiltzeko arriskua egongo da. Horregatik, Reynolds-en zenbakia oso baliagarria da.

3.3. Poiseuille-ren formula

Demagun hodi zilindriko eta horizontal bat daukagula, eta bertatik igarotzen den fluxua laminarra, uniformea eta iraunkorra dela. Biskositateak sortzen dituen efektuak kontuan hartzen baditugu, fluidoaren jokaera fluido idealarekiko urruntzen da. Biskositateak hainbat aldaketa sortzen du fluidoaren abiadura-banaketan, emarian, karga-galeran,...



Esan bezala, fluxu laminarra dagoenez, hodian fluidoak higidura ordenatua du. Horregatik, fluidoak geruzetan higitzen da, eta geruzen artean ez dago nahasketarik. Higidura era zentrukidean gauzatzen da, hau da, geruzak zilindro zentrukideak dira. Hala ere, biskositateagatik geruzak ez dira era berdinean higitzen. Biskositatearen eraginez, kanpoko hodiarekin kontaktuan dagoen geruza geldirik dago, eta hodiaren ardatzetik higitzen den geruza abiadura maximoz higituko da.

Hodiaren ardatzean zentratutako fluido-zilindro bat hartzen badugu, bertan agertzen diren indarrak aztertuko ditugu. Zilindroaren gainean marruskadura indarrak eragingo du, eta hau Newton-en legearen bidez adieraziko dugu:

$$F_r = -A\mu \frac{dv}{dr}.$$

Zilindroaren A azalera hau da: $A = 2\pi rl$. Newton-en legean ordezkaturik, zilindroaren gaineko marruskadura-indarra ondoko hau izango da:

$$F_r = -(2\pi rl)\mu \frac{dv}{dr}.$$

Marruskadura-indarraz gain, bestelako indarrak ere badaude. Beste indarrak presioen eraginez sortzen dira (presioa sekzio osoan konstantea dela joko dugu). Higidura iraunkorrean ($v = kte$) zilindroaren gainean eragiten duten indarren batura zero izango da:

$$P_A(\pi r^2) - P_B(\pi r^2) + 2\pi r l \mu \frac{dv}{dr} = 0.$$

Bertatik, higiduraren ekuazio diferentziala atera dezakegu:

$$(P_A - P_B)r = -2\mu l \frac{dv}{dr},$$

eta integralak planteatuz, ondoko ekuaziora ailegatzen gara:

$$\int_0^R \frac{(P_A - P_B)}{2\mu l} r dr = -\int_{v_{max}}^0 dv.$$

Bertan, ekuazioa hodiaren ardatzetik kanpoko hormara integratuko dugu. Hortik, hodiaren ardatzean fluidoak duen abiadura aterako dugu, hots, *abiadura maximoa*:

$$v_{max} = \frac{(P_A - P_B)R^2}{4\mu l}.$$

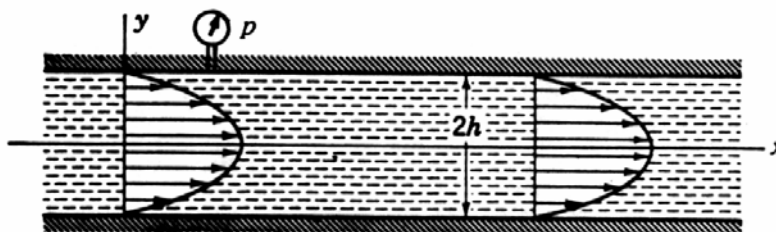
Behin abiadura maximoa kalkulaturik, beste edozein puntuko abiadura ere lor dezakegu. Horretarako, ondoko ekuazioa planteatu behar dugu:

$$\int_0^r \frac{(P_A - P_B)}{2\mu l} r dr = -\int_{v_{max}}^v dv.$$

Ekuazio honetan hodiaren ardatzetik barneko beste edozein puntura integratuko dugu. Era honetan, ondoko adierazpena lortzen dugu:

$$v = \frac{P_A - P_B}{4\mu l} (R^2 - r^2).$$

Adierazpen honekin fluidoaren edozein puntuko abiadura kalkula dezakegu. Dakusagunez, abiaduraren espektroa parabolikoa da, abiadura maximoa hodiaren ardatzean dagoelarik ($r = 0$).



Aurreko adierazpenetatik abiatuta fluidoaren emaria ere kalkula daiteke. Horretarako, hodiaren sekzio perpendikularrean integrazioa burutu behar dugu, abiadura ez baita konstantea sekzioan zehar.

$$dQ = v dS = \left(\frac{P_A - P_B}{4\mu l} (R^2 - r^2) \right) 2\pi r dr .$$

Bertatik holako integrala geratuko zaigu:

$$Q = \frac{\pi(P_A - P_B)}{2\mu l} \int_0^R (R^2 - r^2) r dr .$$

Integrala ebatziz emari osoa kalkulatzeko formula bat lortuko dugu, ondorengo adierazpena alegia:

$$Q = \frac{\pi R^4 (P_A - P_B)}{8\mu l} .$$

Emaitza honi *Poiseuille-ren legea* deitzen zaio. Honen arabera, emaria karga-galerarekiko zuzenki proportzionala da, eta biskositate-koefizientearekiko alderantziz proportzionala. Bestalde, erradioarekiko mendekotasuna aztertzen badugu, hodiaren erradioa bikoiztuz gero, emaria hamasei aldiz handiagoa izango da.

Kalkulatu dugun emaria erabiliz, sekzio bateko *bataz besteko abiadura* defini dezakegu:

$$v = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{v_{max}}{2} .$$

Gainera, bi puntuen arteko karga-galerarako adierazpen matematikoa ere lor dezakegu. Horretarako karga-galera askatzea baino ez dago. Horrela, karga-galera abiadura eta emariaren funtzioan adierazita geratuko da:

$$\Delta P = \frac{8\mu l v}{R^2} = \frac{8\mu l Q}{\pi R^4} .$$

Karga-galera $\rho g H_{rp}$ adierazpenarekin berdinduz, H_{rp} terminorako honako formula lor dezakegu:

$$H_{rp} = \frac{8\mu l v}{\rho g R^2} = \frac{8\mu l Q}{\rho g \pi R^4} .$$

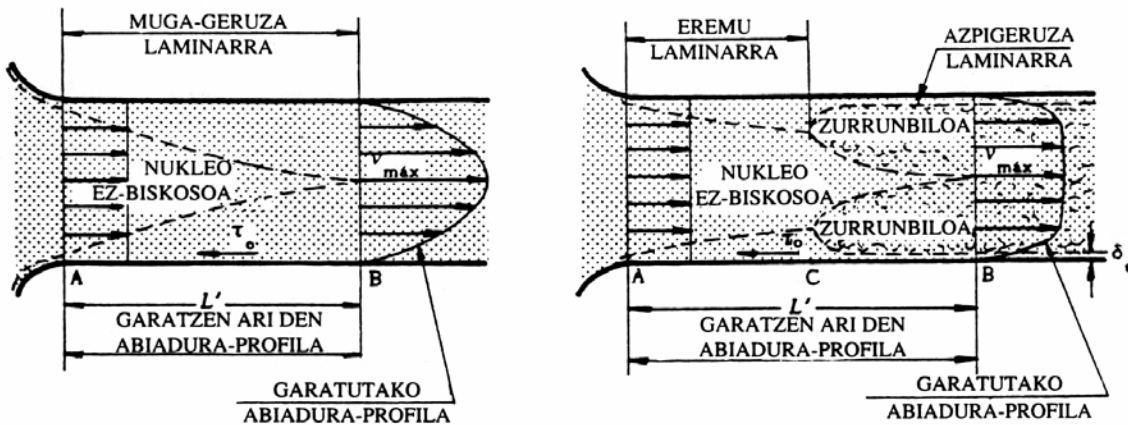
Adierazpen hau Reynolds-en zenbakiaren bidez azal daiteke, era honetan:

$$H_{rp} = \frac{16lv^2}{Rg Re} .$$

Lortu ditugun adierazpen guztiak hodi horizontal baten kasurako kalkulatu baditugu ere, hodi zeharraren kasuan ere erabil ditzakegu. Hala ere, hodi zeharraren kasuan bi puntu desberdinen artean dagoen presio-diferentzia ez da soilik agertuko biskositateagatik. Bertan, altuera-diferentziagatik ere presio-aldaketa agertuko da.

3.4. Sarrera baldintzak fluxu laminarrean eta zurrunbilotsuan

Ikusi dugunez, sekzio zirkularreko hodi batean fluxu laminarra dagoenean, abiaduraren profila parabolikoa da. Hala ere, likidoaren horniketa gordailu baten bidez egiten bada, hodiaren sarreran abiaduraren profila ez da parabolikoa, abiaduraren profilak garapen bat jasotzen du. Gordailutik ateratzen den fluxuan, partikula guztiak abiadura berdinarekin sartzen dira hodian, hormarekin ukipenean dagoen geruza mehe batean izan ezik. Hodiaren hormarekin ukipenean dauden partikulen abiadura zero da; eta abiadura-gradientea, berriz, oso altua da. Salbuespen hori kenduta, abiadura uniformea da ia diametro osoan. Fluxua aurrera joan ahala, hormatik hurbil dauden korrante-lerroen abiadura gero eta txikiagoa da, gero eta geruza zabalagoan (*muga-geruza* deitzen dena). Emaria finkoa izanik, erdiguneko puntuetan abiadura gehitu egin behar da. Muga-geruza zabalduz joango da, azkenean diametro osoa hartu arte. Hortik aurrera, abiaduraren profila parabolikoa da eta konstante iraungo du fluxuan zehar; fluxua erabat garatuta dagoela esango dugu. Abiaduraren profila aldatzen den artean *fluxu ez-garatua* dugu; finkoa danean *fluxu garatua* da.



a) Erregimen laminarra

b) Erregimen zurrunbilotsua

Hodiaren barruan fluxu zurrunbilotsua baldin badugu, gauza asko aldatzen da. Hodiaren sarreran, fluxu laminarrean bezala, abiadura-profila uniformea da, geruza mehe batean izan ezik. Geruza honi *muga-geruza laminarra* deritzo, eta hodian sartzen garen heinean bere tamaina handituz doa. Hala ere, fluxua zurrunbilotsu bihurtzen deneko puntu batera iritsiko da. Muga-geruza zurrunbilotsu hori askoz ere azkarrago handitzen da, eta laster aurkako aldeetako geruzak hodiaren ardatzean elkartzen dira. Puntu horretatik aurrera erabat garatutako fluxu zurrunbilotsua daukagu. Muga-geruza zurrunbilotsua hedatzen den bitartean, horman turbulentsiak moteldu egiten dira eta ia laminarra den azpigeruza mehe bat eratzen da. Bertan, abiadura-gradientea oso altua da eta beraz esfortzu ebakitzaila ere bai. *Azpigeruza laminar* horren lodiera fluxuaren parametroekin aldatzen da. Reynolds-en zenbakia hainbat eta handiago izan, azpigeruza laminarra gero eta meheagoa izango da. Ondoko irudian dauzkagu kasurik garrantzitsuenak:



(a)

(b)

(c)

a) Kasu honetan, azpigeruza laminarrak hodiaren zimurtasunak estali egiten ditu. Horregatik, hodia *hidraulikoki leuna* dela esaten dugu.

b) Beste kasu honetan, azpigeruza laminarrak hodiaren zimurtasunak erdizka estaltzen ditu Kasu orokorra da, eta baita maizenik gertatzen dena ere. Kasu hau trantsizio eskualde bat da.

c) Azpigeruza laminarra oso fina da, eta hodiaren zimurtasunak oso gutxi estaltzen ditu.

Fluxu laminar eta zurrumbilotsuan abiaduraren profila erabat garatzeko, fluxua sarreratik gutxienezko distantzia urrundu behar da. Distantzia honi *sarrera-luzera* deritzo, eta aurreko irudietan L' modura ageri da. Ubide zirkularretan L' distantziak diametroaren, fluxuaren abiaduraren eta fluidoaren biskositatearen mendekotasuna dauka. Fluxu laminarrean distantzia honen kalkulurako normalean erabiltzen den adierazpena honako hau da:

$$\frac{L'}{D} \approx 0,058 Re .$$

Fluxu zurrumbilotsuan muga-geruza azkarrago hedatzen da, eta ondorioz, distantzia laburragoa da. Ondoko adierazpenarekin kalkulatu ohi da:

$$\frac{L'}{D} \approx 4,4 Re^{1/6}$$

3.5. Darcy-Weisbach-en ekuazioa. Adierazpen orokorrak

Fluxuaren oinarritzko ekuazioak Fluidoaren Mekanikan erabilpen handikoak badira ere, kasu gehienetan ez dira nahikoa gertatzen arazoari irtenbide osoa emateko. Adibidez, H_{rp} karga-galera, jadanik eginda dagoen instalazio batean bakarrik zehaztu daiteke beste sei gaiak neurtuta. Proiektugileak ordea, karga-galera hori aldeztetik jakin behar du eta horretarako saiakuntzetan oinarritutako formulak erabiltzen ditu.

Poiseuille-ren legearen bidez sekzio zirkularreko hodi baten karga-galera kalkulatu dezakegu. Hala ere, adierazpena fluxu laminarrerako baino ez da erabilgarria. Orokorrean, edozein kasutarako sekzio zirkularreko tutuetan gertatzen den karga-galera kalkulatzeko *Darcy-Weisbach-en ekuazioa* erabil dezakegu:

$$H_{rp} = f \frac{lv^2}{2gD} ,$$

non D tutuaren diametroa den, v fluidoaren abiadura eta l tutuaren luzera. Bestalde, f delakoa zenbaki adimentsionala da, eta *tutuaren marruskadura-koefizientea* deitzen zaio. f delakoa parametro desberdinen arabera aldatu egiten da. Jarraian, kasu desberdinetan f -k hartzen duen balioa ikusiko dugu. Darcy-Weisbach-en ekuazioaren frogapen matematikoa Analisi Dimentsionalaren bitartez egin daiteke.

A. - Erregimen laminarra

Kasu honetan, hauxe da bere balioa:

$$f = \frac{64}{Re} \rightarrow H_{vp} = \frac{16lv^2}{Rg Re}.$$

Ikus daitekeenez, Poiseuille-ren emaitza izan behar da. G. Hagen-ek 1839an eta J. L. Poiseuille-k 1840an saiakuntzen bidez balio hau ezarri zuten. Beranduago, 1859 inguruan, E. Hagenbach-ek eta F. Neumann-ek hodiatarako karga-galera erregimen laminarrean kalkulatzeko formula analitikoki frogatu zuten.

B. - Erregimen zurrunbilotsua

Esan bezala, fluxua erregimen zurrunbilotsuan badago, azpigeruza laminarra eratzen da. Azpigeruza laminarraren tamainaren arabera hiru egoera bereiztu ditugu. Saillkapen hau kontuan harturik, f delakoa era honetan kalkulatu dugu:

1) Hodia hidraulikoki leuna

Hodia hidraulikoki leuna denean, hodiaren zimurtasunak ez du inolako eraginik f parametroan.

- Blasius-ek 1911. urtean lorturiko adierazpena:

$$f = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}.$$

Oso formula zehatza da, nahiz eta $2300 < Re < 10^5$ tarterako soilik baliagarria izan.

- Kármán-Prandtl-ek 1930. urtean kalkulaturiko emaitza:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \frac{2,51}{Re \sqrt{f}}.$$

Adierazpen hau $Re > 10^5$ kasuetarako baliagarria da. Hodi leunetan erregimen zurrunbilotsurako biskositatearen arabeko lege logaritmiko betetzen duten abiadura-profiletatik abiatuta, Kármán 1930ean formula batera iritsi zen, eta gero Prandtl-ek 1935ean zertxobait aldatu zuen, saiakuntzetako datuei hobeto doitzeko.

2) Hodian zimurtasuna nagusi

Horrela, f -ren adierazpenean hodiaren zimurtasunak garrantzi handia hartzen du, eta Reynolds-en zenbakiak galdu. Kasu honetan f -rako erabili behar dugun adierazpena honako hau da.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \frac{k/D}{3,7},$$

non k hodiaren zimurtasun-altuera edo zimurtasun absolutua den. k/D zatiketari zimurtasun erlatiboa deritzo. Nikuradse-k, Prandtl-en ikasle izanak, zimurtasun artifizialezko tutuekin egin zituen frogak. Tutu horien kasuan, zimurtasuna nagusi zen erregimen zurrunbilotsuzko kasuetarako abiadura-profil logaritmikoa eta biskositatearekin, hots, Reynolds-en zenbakiarekin, zerikusirik ez zuena ezarri zuen.

3) Zimurtasuna eta Reynolds-en zenbakiaren eragina

Egoera honetan, f delakoa Reynolds-en zenbakia eta zimurtasunaren funtzioa izango da. Trantsizio egoera honetan f era honetan kalkulatu dugu:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k/D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right).$$

Formula inplizitu hau C. F. Colebrook-ek garatu zuen 1939. urtean, eta iterazioen bidez kalkulatu behar da. Konturatzeko bagara, aurreko formulak bertan adierazita daude. Egia esateko, bere garaian f delakoaren kalkulua ez zen batere erraza. Gaur egun, ordenagailuen bidez kalkulua asko erraztu egin da. Kalkuluaren lehenengo urratsa f delakoari balio bat ematea da (balioa hurbila izatea komeni da). Gero, formularen bidez ezkerreko aldean dagoen f kalkulatu da. Hortik, f -rako ateratzen den balioa berriro formulari sartu behar da. Eta gelditu gabe era honetan jokatu behar dugu. Azkenean, formulari ordezkatu dugun balioa eta bertatik ateratzen den balioaren artean diferentzia txikia denean (nahi dugun prezisioraino), f -ren balioa dugula esan daiteke.

Bere garaian, 1939. urtean hain zuzen, Colebrook-en formula erabiltzea oso zaila zen. Hori dela eta, 1944ean L. F. Moody-k f -ren kalkulua errazteko asmoz formula guzti hauen irudikapena egin zuen. Ateratako diagrama, *Moody-ren diagrama* izenez ezagutzen da, eta ziur aski, Fluidoaren Mekanikako irudirik erabiliena eta ezagunena da.

Esan bezala, aurreko ekuazioa f delakoan inplizitua denez, f -ren estimazio bat egitea nahiko zaila da. Duela gutxi, arazo hau gainditzeko beste adierazpen bat garatu da. 1983. urtean S. E. Haaland-ek ondoko formula hau lortu zuen:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \log_{10} \left(\left(\frac{k/D}{3,7} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{\text{Re}} \right).$$

Adierazpen hau esplizitua da f -n, eta ondorioz, marruskadura koefizientearen kalkulua errazagoa da.

3.1. Taula. Zenbait materialen zimurtasun absolutua

Materiala	k (mm)
Beira	leuna
Kobrea edota letoi teinkatua	0,0015
Letoi industrialak	0,025
Altzairu ijetzia berria	0,05
Altzairu ijetzia oxidatua	0,15etik 0,25era
Altzairu ijetzia pinportaduna	1,5etik 3ra
Altzairu asfaltatua	0,015
Altzairu soldatu berria	0,03tik 0,1era
Altzairu soldatu herdoildua	0,4
Burdina galvanizatua	0,15etik 0,2ra
Burdinurto arrunt berria	0,25
Burdinurto arrunt herdoildua	1etik 1,5era
Burdinurto asfaltatua	0,12
Fibrozementua	0,025
PVC	0,007
Zementu leundua	0,3tik 0,8ra
Zementu leundugabea	3raino
Altzairu errematxatua	0,9tik 9ra

Orain arte erabili ditugun adierazpenak sekzio zirkularreko hodietarako bailagarriak dira. Hala ere, hodiaren sekzioa zirkularra ez bada, adierazpenetan diametroa jartzen den lekuan $4 R_h$ jar daiteke, eta formulak ere baliagarriak izango dira. R_h honi *erradio hidraulikoa* deritzo. Erradio hidraulikoa hodiaren sekzio bustia zati perimetro bustia eginez lortzen da. $4 R_h$ magnitudeari *diametro baliokidea* deritzo. Aldaketa honen bidez lortzen diren emaitzak ez dira guztiz zehatzak, hurbilketa bat baino ez dira. Eta gainera, erregimen zurrunbilotsuan baino ez dira baliagarriak.

3.6. Galera kokatuak

Zirkuitu hidraulikoetan elementu desberdinak azaltzen dira: balbulak, ukondoak, lokailuak,... Holako elementuetan ageri diren karga-galerei *karga-galera kokatuak* deritze. Elementu hauetan fluxuaren zeharkako sekzioa edo(eta) norabidea aldatzen dira. Aldaketa hauengatik fluxuak perturbazioa jasotzen du eta karga-galera agertzen da. Karga-galera kokatuak fenomeno fisiko konplexuen bidez azaltzen dira. Horregatik, normalean fenomeno hauek datu esperimentalen bidez aztertzen dira. Bestalde, perturbazioan gertatzen den energia-galera bero moduan azaltzen da sisteman.

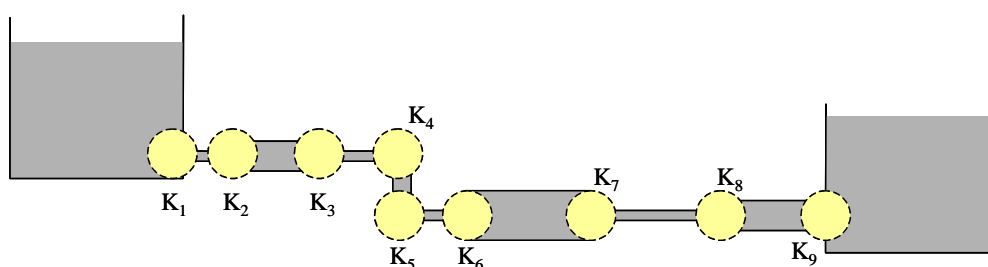
3.6.1. Galera-koefizienteak

Galera kokatuen nolabaiteko kalkulua burutzeko adierazpen bat erabili ohi da. Adierazpen hau, jarraian ageri dena, esperimentalki lortua izan da, eta galera kokatu guztiak azaltzeko erabil daiteke:

$$h = K \frac{v^2}{2g},$$

non K delakoari *galera-koefiziente* deritzon, eta v delakoa sekzio estueneko batezbesteko abiadura den. Koefiziente adimentsional hau esperimentalki lortzen da, eta elementuaren geometria eta fluxuaren abiaduraren mendekotasuna dauka. Hala ere, sistema hidrauliko normaletan karga-galera nagusia tutuei dagokie, karga-galera kokatuak konparazioz txikiagoak izaten dira.

Sistema hidrauliko batean karga-galera zelak kalkulatzeko diren hobeto ikusteko, adibide bat jarriko dugu:



3.2. Irudia. Galera-kokatuak zirkuitu hidrauliko batean.

Sistema honetan karga-galera guztiak kontuan hartzen baditugu, ondoko karga-galera totala izango dugu:

$$H_{rp} = \left(\sum_j f_j \frac{L_j v_j^2}{2gD_j} \right) + \left(\sum_i K_i \frac{v_i^2}{2g} \right).$$

Jarraian, zirkuitu hidraulikoetan sarritan ageri diren elementuen galera-koefizienteak aztertuko ditugu.

Bat-bateko eta apurkako zabalkuntza

Bapateko zabalkuntzaren kasuan, galera-koefizientearen balioa analitikoki kalkula daiteke Bernouilli-ren eta momentuaren ekuazioak erabiliz. Hori eginez, karga-galererako lortzen den emaitza ondoko hau da:

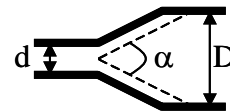
$$K = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2.$$



Tutueriaren gordailu baterako irteera denean ($D \rightarrow \infty$), $K = 1$ izango da. Hau da, gertatzen den karga-galera energia zinetiko osoaren berdina da.

Zabalkuntza apurka gertatzen bada, koefizientearen balioa hurrengo adierazpenarekin kalkula daiteke:

$$K = m \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2,$$



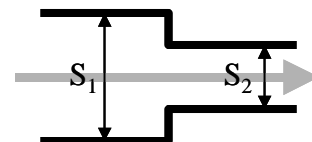
non m delakoa α angeluaren funtzioan dagoen koefiziente esperimentalak den:

α	4°	6°	8°	10°	15°	20°	30°	40°	50°	60°	180°
m	0,15	0,13	0,14	0,17	0,30	0,40	0,70	0,95	1,1	1,2	1

Bapateko eta apurkako estugunea

Karga-galera hauek zabalkuntzenak baino txikiagoak izango dira, fluxuaren gainean sortzen duen perturbazioa txikiagoa delako. S_1 sekziotik S_2 sekziara pasatzen den estuguneko galera-koefizientea jarraian ageri den adierazpen enpirikoaren bidez kalkula daiteke:

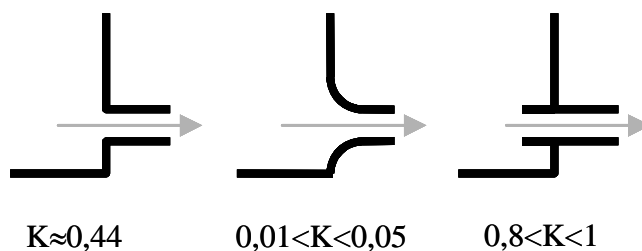
$$K = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 \text{ non } \alpha = 0,6 + 0,3 \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^3 \text{ den.}$$



Adierazpen honekin gordailu handi baten irteeran gertatzen diren karga-galerak kalkula daitezke:

$$\frac{S_2}{S_1} \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha = 0,6 \Rightarrow K = 0,44$$

Hala ere, irteera kurbatuta badago edo hodiaren ahoa gordailuan sartzen bada, koefizientea aldatuko da.



Berriz, sekzioaren uzkuertzea apurka gertatzen bada, karga-galerak arbuigarriak izango dira.

3.6.2. Luzera baliokidearen metodoa

Askotan, galera-koefizientearen metodoa erabili ordez, *luzera baliokidearen metodoa* erabiltzen da. Luzera baliokidearen metodoak elementu bakoitza karga-galera bera sortzen duen tuteri luzeraz ordezkutzen du. Era honetan, elementu bakoitzari luzera baliokide bat (L_b) dagokio:

$$H_{ri} = f \frac{L_{bi}}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Sistemaren karga-galera osoa kalkulatzeko luzera baliokide hauek kontuan hartuko ditugu:

$$H_{rp} = \left(\sum_j f_j \frac{L_j v_j^2}{2gD_j} \right) + \left(\sum_i f_i \frac{L_i}{D_i} \frac{v_i^2}{2g} \right)$$

Batzutan karga-galera kokatuak bestelako metodoen bidez ere kalkulatu dira: taulak, grafikoak, nomogramak,...

3.7. Hodien elkarketak

Hodi-multzoak zirkuitu hidrauliko askotan topa ditzakegu, horregatik, horiek ondo aztertzea komenigarria da. Hala ere, hemen bi kasu simple baino ez ditugu aztertuko: *serie elkarketa* eta *paralelo elkarketa*.



Hodi-multzoak aztertzen hasi baino lehenago, *hodi baliokidea* definitu beharra dago. Emari konkretu baterako, hodi-multzo baten karga-galera berdina daukan hodia da hodi baliokidea. Hodi baliokidearen kalkuluan, hodia erabat finkatzeko bi aldagai dauzkagu: erradioa (edo diametroa) eta luzera. Horrela, hodi-multzo batentzako infinitu hodi baliokideak daude. Hori dela eta, hodi baliokidearen bi parametroetatik bat guk finkatu behar dugu.

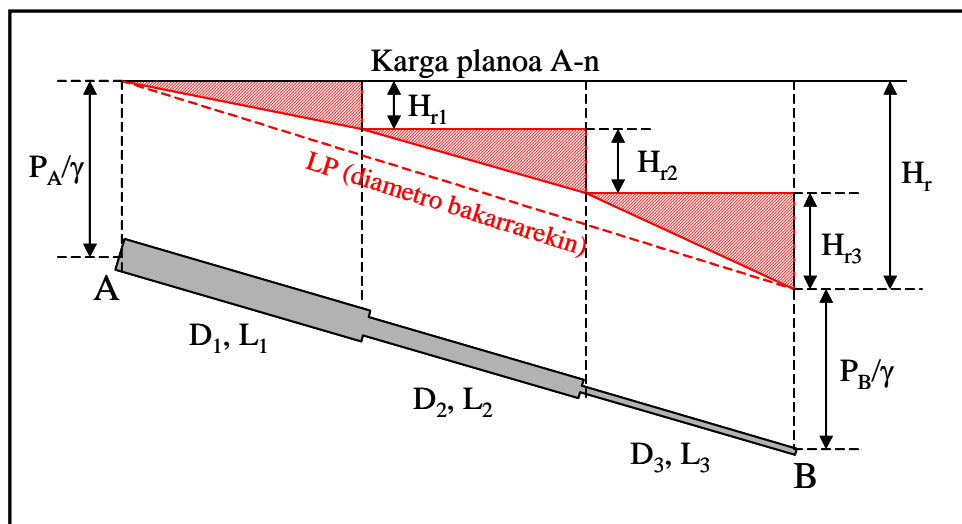
3.7.1. Serie elkarketa

Diametro desberdineko hodi batzuk bata bestearen atzetik jartzen baditugu, hodi-multzoa *serie elkarketan* dagoela esango dugu. Argi dagoenez, hodi guzti horietatik emari berdina igaroko da:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_i.$$

Orduan, hodi-multzoari egokitu behar zaion karga-galera osoa hodi guztiena batuta izango da.

$$H = \sum H_i,$$



non H_i hodi bakoitzaren karga-galera den. Ekuazio honetan, termino bakoitzaren adierazpena ordezkatzeko badugu, hodi baliokidearen ezaugarriak finkatu ahal izango ditugu:

$$f \frac{L}{D^5} = \sum \left(f_i \frac{L_i}{D_i^5} \right),$$

non f , L eta D hodi baliokidearen datuak diren, eta f_i , L_i eta D_i gainontzeko hodianak. Hala ere, hurbilpen bat eginez, adierazpen hau askoz sinpleagoa gera daiteke. Errealitatean ariketa konkretu batean marruskadura-koefiziente guztiak antzekoak izango direla ikus daiteke, hau da: $f_1 = f_2 = f_3 = \dots = f$. Beraz, adierazpena era honetan geratuko da:

$$\frac{L}{D^5} = \sum \left(\frac{L_i}{D_i^5} \right)$$

3.7.2. Paralelo elkarketa

Hodi-multzo bat puntu berdinetik ateratzen bada eta puntu berdiner ailegatzen bada, hodi-multzoa *paralelo elkarketan* dagoela esango dugu. Berez sarrerako emaria hodi desberdinetatik banatuko da. Horren ondorioz, hodi guztien emaria batzen badugu sarrerako emaria lortuko dugu:

$$Q = \sum Q_i ,$$

non Q_i hodi bakoitzaren emaria den. Gainera hodi guztietan karga-galera berdina izan behar da. Derrigorrez hodi guztien muturren artean presio-diferentzia berdina egon behar da.

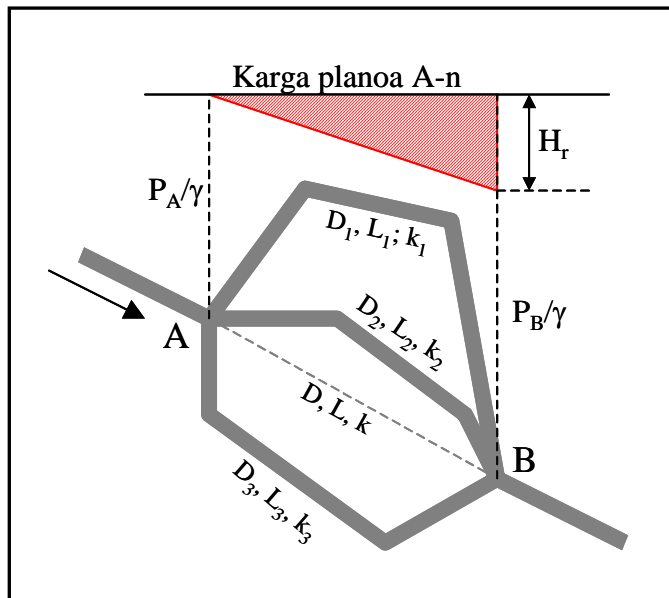
$$H_1 = H_2 = H_3 = \dots = H_i .$$

Kasu honetan ere hodi baliokidearen ezaugarriak finkatu ahal izango ditugu. Karga-galeren adierazpenetik abiaturik, ondoko ekuazioa lor daiteke:

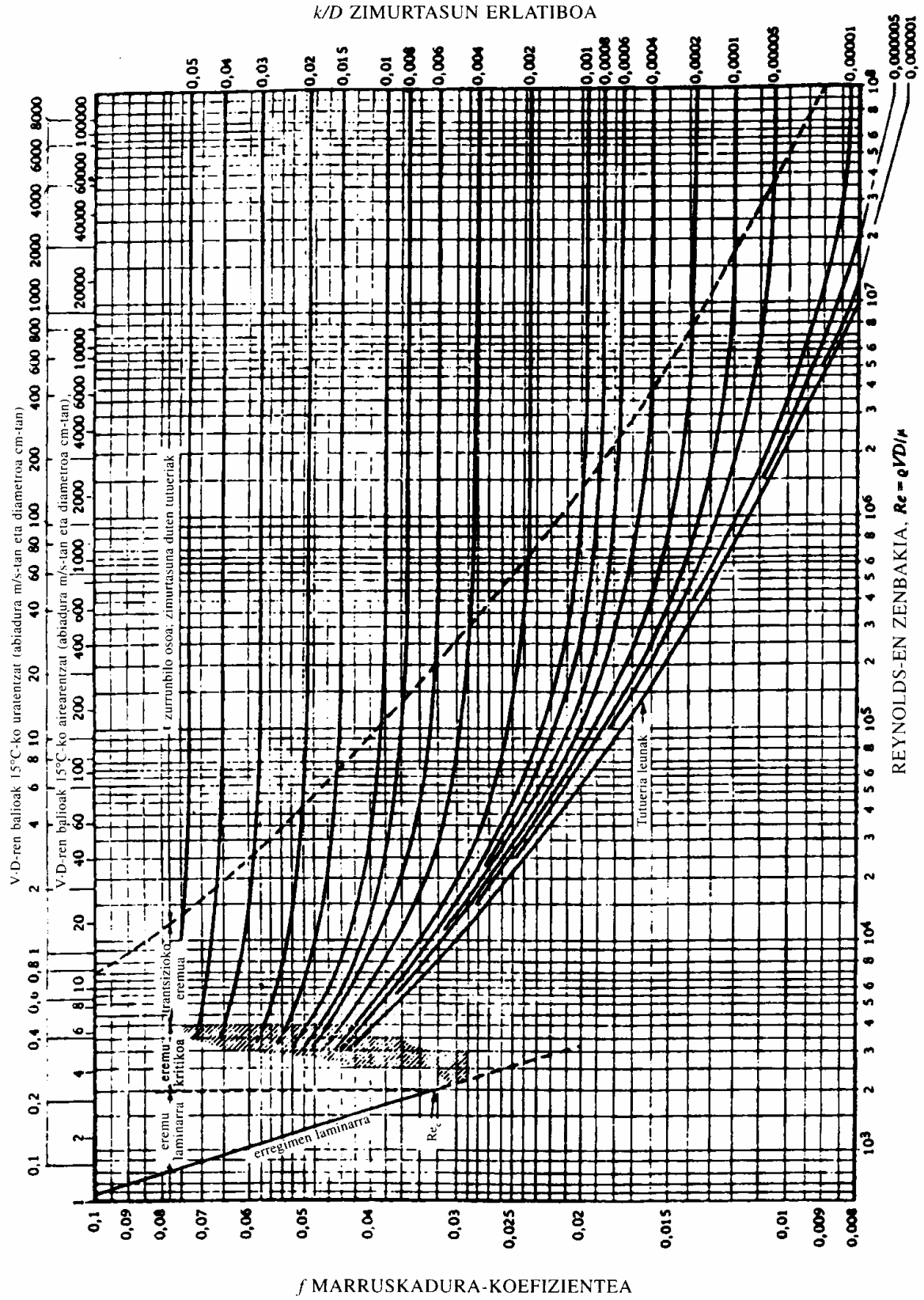
$$\frac{D^5}{fL} = \left(\sum \left(\frac{D_i^5}{f_i L_i} \right)^{1/2} \right)^2$$

Hala ere, serie elkarketan bezala, lehenengo hurbilpen modura honakoa kontsidera daiteke: $f_1 = f_2 = f_3 = \dots = f$.

$$\frac{D^5}{L} = \left(\sum \left(\frac{D_i^5}{L_i} \right)^{1/2} \right)^2$$



V. diagrama. Moody-ren diagrama

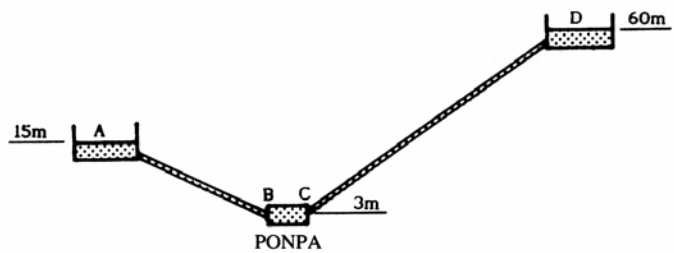


ARIKETAK

3.1.- 15 cm-ko diametroan eta 180 m-ko luzerako hodi batetik ura garraiatzen da *A* puntutik *B* punturaino. *A* puntua erreferentzia-sistema batetik neurtuta 24 m-ko altueran dago, eta *B* puntua 36 m-tan. Likido eta hodiaren paretaren arteko frikzioak sorturiko ebakidura-tentsioa $29,8 \text{ N/m}^2$ -koa da. Fluxua laminarra dela suposatuz, kalkulatu *A* eta *B* puntuen arteko presio-aldaketa, eta kargagalerari dagokion H_{rp} terminoa.

Emaitzak: $260,7 \text{ KN/m}^2$; $14,6 \text{ m}$.

3.2.- Irudiko sisteman *BC* ponpak 160 l/s emaria mantendu behar du. Garraiatzen den likidoa $0,762$ dentsitateko olio da, eta *D* ontziraino ailegatzeko da. *A* eta *B* puntuen artean gertatzen den energi galera $2'50 \text{ m}$ -koa bada, eta *C* eta *D* puntuen artekoa $6'50 \text{ m}$. (Datuak: $z_A = 15 \text{ m}$, $z_D = 60 \text{ m}$, $z_B = z_C = 3 \text{ m}$). Zein da ponpak eman behar duen potentzia *ZP*-tan?

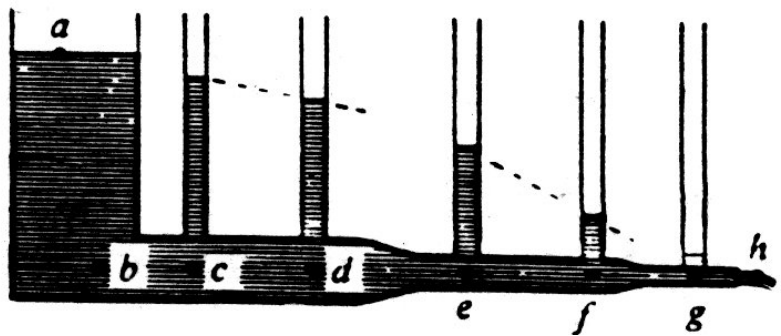


Emaitza: $87,7 \text{ ZP}$.

3.3.- Fluxu horizontal iraunkorra garraiatzen duen hodi zirkular bat daukagu. Kalkulatu ebakidura-tentsioen banaketa hodiaren sekzio zuzen batean.

Emaitza:
$$\tau = \frac{\rho g H_{rp}}{2l} r.$$

3.4.- Irudian ageri den sistemako likidoak $0,5 \text{ P}$ -ko biskositatea du, eta bere dentsitatea $0,8 \text{ g/cm}^3$ -koa da. Gordeleku handian likidoak hartzen duen altuera $5,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ -ko emaria sortzeko bestekoa da, eta hodian azalerak 1 cm^2 , $0,5 \text{ cm}^2$ eta $0,2 \text{ cm}^2$ dira. *c* eta *d* hodian arteko distantzia 20 cm -koa da eta *e* eta *f* hodian artekoa 20 cm -koa ere.



- Zein da fluidoaren abiadura hodiaren puntu bakoitzean?
- Zein da *Re* hodiaren hiru zatietan?
- Zein da *c* eta *d* hodietako altueren arteko diferentzia?
- Eta *e* eta *f* hodietakoen artekoa?

Emaitzak: $0,56 \text{ m/s}$; $1,12 \text{ m/s}$; $2,8 \text{ m/s}$; $1,795 \text{ dm}$; $0,718 \text{ m}$.

3.5.- Olio lubrifikatzaile normal bat, $0,860$ dentsitatekoa, 5 cm-ko diametroko eta 300 m-ko luzerako hodi horizontal batetik garraiatua izaten da. Olioaren emaria sisteman $0,00114$ m³/s-koa da. Presioaren jaitsiera 200 kPa-koa bada, zein da olioaren biskositate dinamikoa eta zinematikoa?

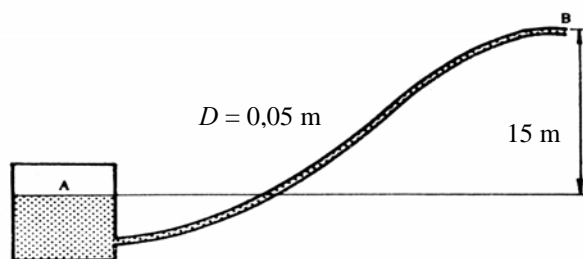
Emaitzak: $8,97 \cdot 10^{-2}$ Pa s; $1,04 \cdot 10^{-4}$ m²/s.

3.6.- Gasolio astun bat hodi horizontal batetik garraiatua izaten ari da A puntutik B puntura. Hodia altzairuzkoa da, eta bere diametro eta luzera, 15 cm eta 900 m dira besteak beste. A puntuaren presioa $107,8$ N/cm² da, eta B puntuarena $3,43$ N/cm². Olioaren biskositate zinematikoa $4,13 \cdot 10^{-4}$ m²/s-koa da, eta bere dentsitatea $0,918$. Zein da emaria l/s-tan?

Emaitza: 38 l/s.

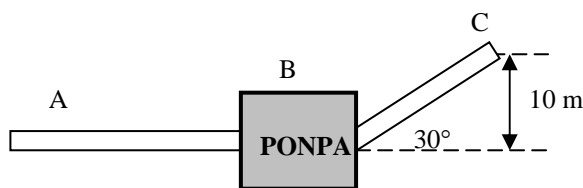
3.7.- Irudiko instalazioaren A puntuan, zenbateko presio erlatibo mantendu behar da 12 l/s-ko ur-emaria izateko?

Datua: $H_{rp\ A-B} = 5,5$ m.



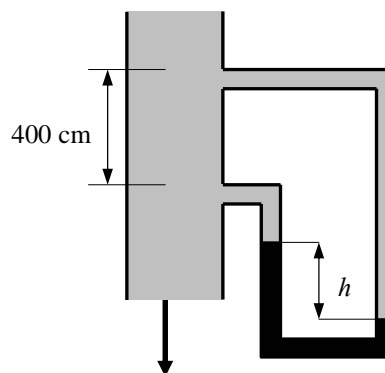
Emaitza: 2,20 bar.

3.8.- Alboko irudian ikusten den moduan, A puntutik C puntura 900 kg/m³-ko dentsitateko olio garraiatua izaten da. Horretarako ponpa bat erabiltzen da. Ponpa horren errendimendua $0,6$ da. Hodi horizontalaren luzera 100 m-koa da, eta bi hodian diametroa 20 cm. Badakigu, gainera, urezko $0,03$ m-ko galerak daudela hodiaren metro bakoitzeko. Emaria 100 m³/h da. Zein da ponparen potentzia? (Datua: $P_A = P_C = P_{at}$)



Emaitza: 7,77 ZP.

3.9.- Hodi bertikal batetik olioko 1 l/s jaisten da. Hodiaren diametroa 50 mm-koa da. Olioaren biskositate zinematikoa $20 \cdot 10^{-6}$ m²/s-koa da, eta bere dentsitatea $0,92$. Manometro diferentzial batekin bi puntu lotzen ditugu. Bi puntuak 400 cm aldentuta daude. Likido manometrikoaren dentsitatea $1,4$ da. Loturetan ez dago airerik. Zein da manometroaren altuera-diferentzia?



Emaitza: 102 mm.

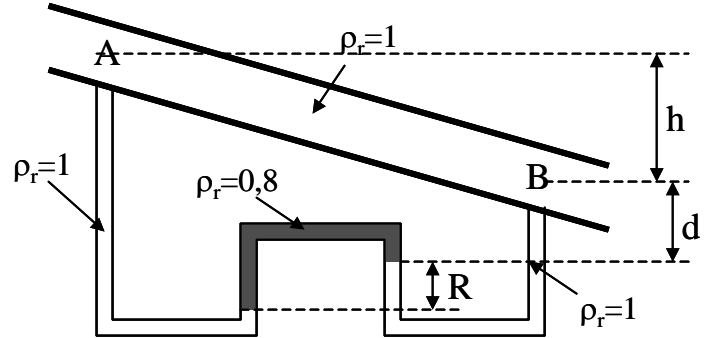
3.10.- $0,5$ cm-ko diametroko tutu horizontal batetik olio-fluxua pasatzen da. Hodiaren luzera 20 m-takoa da. Fluxuaren datuak ondoko hauek dira: $Q = 1$ l/s, $\mu = 120$ cP eta $\rho = 0,9$ g/cm³. Kalkulatu karga-galera eta kontsumituriko potentzia.

Emaitzak: $1,596 \cdot 10^7$ kg/m²; 212,72 ZP.

3.11.- 20 m-ko luzera eta 10 cm-ko diametroa dituen hodi horizontal batetik $\mu = 200$ cP eta $\rho = 1,09$ g/cm³ dituen fluido baten korrantea dabil. $Q = 1$ l/s bada, kalkulatu karga-galera, eta baita fluidoari eman beharreko potentzia higi dadin.

Emaitzak: 1629,7 Pa; 1,6297 W.

3.12.- Irudiko eskema kontuan haturik, zehaztu ea 1 dentsitate erlatiboko fluxua A-tik B-ra edo B-tik A-ra doan. Tutueriaren diametroa konstante mantentzen da, eta likido manometrikoaren dentsitate erlatiboa 0,8 da.



3.13.- Tutu baten barruan dagoen emariaren abiadura-banaketa ondoko adierazpenaren bitartez azaltzen da: $v = C(R^2 - r^2)$, non C konstante bat den, eta R tutuaren erradioa. Kalkulatu, alde batetik, emariak tutuaren hormaren kontra eragiten duen tentsioa, eta bestetik, tutuaren gaineko luzera unitateko indarra.

Emaitzak: $2\mu CR$; $4\mu\pi CR^2$.

3.14.- 10 cm diametroko tutu batean 1 dm³/s-ko emariak zirkulatzen du 10 °C-tan. Zehaztu fluxua laminarra ala zurrunbilotsua den, baldin eta fluidoa, honako hauetakoa bada: hidrogenoa ($\nu = 10^{-4}$ m²/s), airea ($\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$ m²/s), kerosenoa ($\nu = 2,8 \cdot 10^{-6}$ m²/s), ura ($\nu = 1,2 \cdot 10^{-6}$ m²/s) eta merkurioa ($\nu = 1,25 \cdot 10^{-7}$ m²/s).

Emaitzak: 127; 849; 4547; 10160; 101900.

3.15.- 41 °C tenperaturan dagoen gasolioa fluxu laminarrean garraiatu nahi da. Bere emaria 0,0057 m³/s-koa bada, zein da erabili behar den hodi-diametro minimoa? Datua: $\nu = 6,09 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

Emaitza: 0,518 m.

3.16.- Demagun 100 m-ko luzerako hoditik ura garraiatzen ari dela ($\mu = 1,2 \cdot 10^{-3}$ Pa s). Kalkulatu ondoko datuak bi kasuetarako $Q = 1$ m³/s eta $Q = 0,1$ l/s:

- 30 cm-ko diametrodun hodiaren horman dagoen ebakidura-tentsioa.
- Hodiaren ardatzetik 5 cm-tara ebakidura-tentsioa.

Emaitzak: $4,53 \cdot 10^{-5}$ N/m²; $1,5 \cdot 10^{-5}$ N/m².

3.17.- 300 m-ko luzera duen hodi horizontal batetik 16 °C-ko tenperaturan dagoen gasolio astuna garraiatu nahi da. Gasolioaren emaria 0,0222 m³/s-koa izatea nahi dugu. Gainera, 300 m-tan karga-galerari dagokion altuera 6'7 m-koa da. Zein izan behar da hodiaren diametroa?

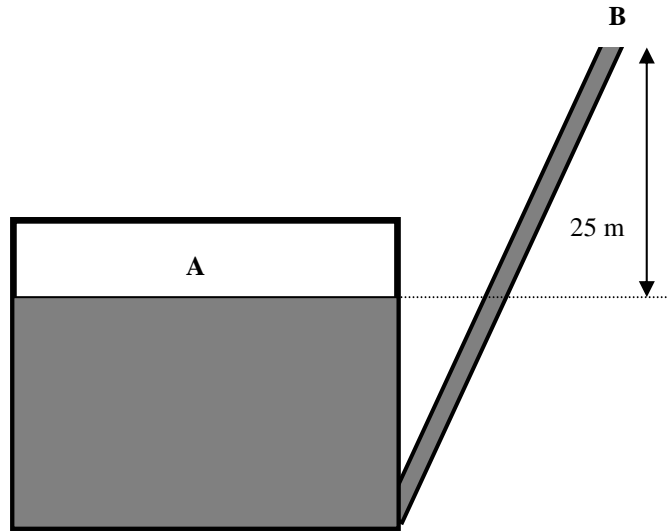
Datuak: $\nu = 2,05 \cdot 10^{-4}$ m²/s; $\rho = 0,912$.

Emaitza: 17 cm.

3.18.- 800 kg/m^3 dentsitateko olioia $0,7 \text{ km}$ -ko luzerako oliobide batean zehar garraiatzen ari da. Olioaren biskositatea $0,01865 \text{ P}$ -koa da, hodiaren zimurtasuna $0,01 \text{ mm}$, hodiaren diametroa 200 mm eta olio-emaria $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ -koa. Kalkulatu ponparen potentzia bere errendimendua % 75 -a bada.

- a) $\approx 2-3 \cdot 10^4 \text{ W}$ b) $\approx 9-10 \cdot 10^5 \text{ W}$ c) $\approx 2-3 \cdot 10^5 \text{ W}$ d) $\approx 5-6 \cdot 10^4 \text{ W}$

3.19.- Ontzi itxi batean fueloila daukagu, bere biskositate zinematikoa $2,05 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ da, eta bere dentsitatea $0,91$. Ontzitik 250 m -ko luzerako eta $0,17 \text{ m}$ -ko diametroko hodi baten bidez fueloila B puntura garraiatua izaten ari da (ikus irudia). Egurats-presioan dagoen B puntua ontzi barruan dagoen fueloilaren gainazal asketik 25 m -tara dago. Ontziaren irteeran karga-galerak daude, era honetan adierazita: $0,66 \frac{v^2}{2g}$, non v hoditik doan fueloilaren abiadura den. Hodiaren irteeran uzurdura-koefizientea $0,7$ da. Hoditik igaro behar den emaria 22 l/s da. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

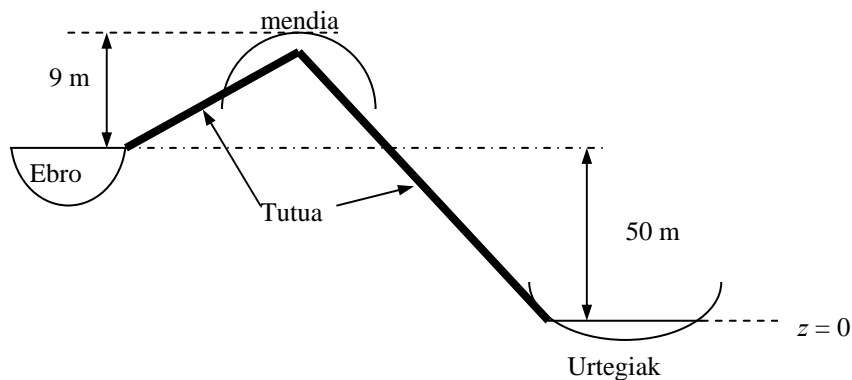


Zein motatako fluxua dago hodian?

- a) $Re \approx 2175$ (laminarra) b) $Re \approx 911$ (laminarra) c) $Re \approx 3145$ (zurrunbilotsua)
 d) $Re \approx 785$ (zurrunbilotsua) e) $Re \approx 683$ (laminarra) f) $Re \approx 804$ (laminarra)

Zein izan behar da A puntuko presio manometrikoa?

- a) $3,035 \text{ atm}$ b) $2,706 \text{ atm}$ c) $2,563 \text{ atm}$ d) $2,465 \text{ atm}$

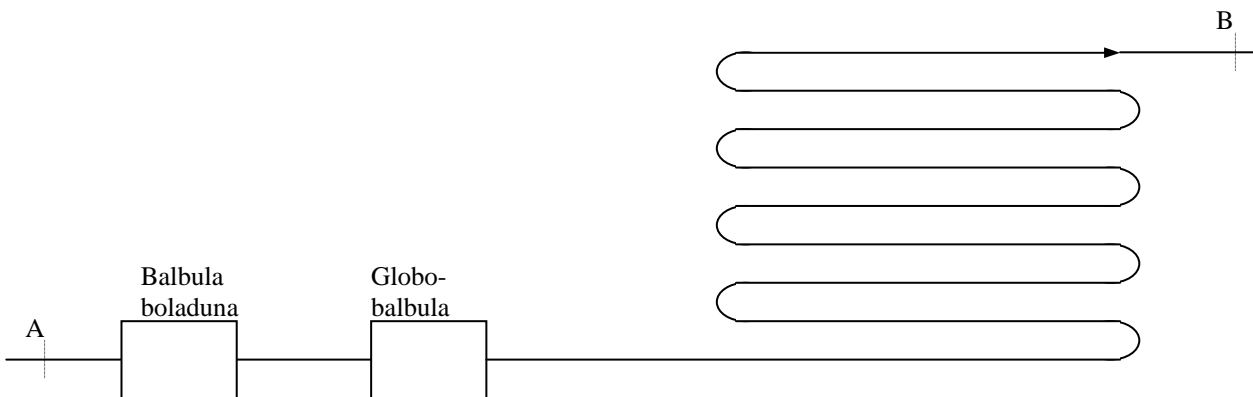


3.20.- Bilboko biztanleriaren batezbesteko ur-kontsumoa $5 \text{ m}^3/\text{s}$ -koa da, eta ur-emari hau Arabako Legutioko urtegietatik hartzen da. Lehorte handi baten eraginez, Ebro ibaitik Legutioko urtegiatara ura eramatea erabaki da. Horretarako erabiltzen den tutuaren luzera 45 km -koa da, eta Ebro eta Legutioren arteko altuera-diferentzia 50 m . Ibilbide horretan punturik altuena Ebroko uren mailatik 9 metro gorago dago, hartze-puntutik 300 metro tara (Ikus goiko irudia). Oharra: Kalkuluetan karga-galera kokatuak arbuia. Tutu guztietan $f = 0,03$; $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

- Zein da ur-emariaren batezbesteko abiadura?
- Eta baldintza guztiak betetzeko erabili beharreko hodiaren diametroa?
- Tutuaren diametroa 2 m-koa balitz, zein izango litzateke igarotzen den emaria?
- 2 m-ko diametroa edukita eta $5 \text{ m}^3/\text{s}$ -ko emaria mantentzeko, zein izan beharko litzateke jarri beharreko ponparen potentzia? (Ponparen etekina %70).

Emaitzak: 1,27 m/s; 2,24 m; 3,79 m³/s; 3543,73 ZP.

3.21.- Likido hozgarri bat irudiko sistematik igarotzen da, bere emaria 1,7 l/min-koa delarik. Hozgarriaren dentsitatea 1,25 da, eta bere biskositate dinamikako koefizientea $3 \cdot 10^{-4} \text{ Pa s}$. Erabili diren altzairuzko tutuen luzera totala 30 metrokoa da, A eta B puntuen arteko altuera-diferentzia 1,2 m-koa da, eta sisteman 180° zortzi ukondo daude. Kalkulatu A eta B puntuen arteko presio-diferentzia. Altzairuzko tutuaren barne diametroa hatz erdikoa da. Oharra: Balbula guztiak guztiz zabalik daude. Hodi guztietan $f = 0,027$. 1 hazbete = 2,54 cm.



Mota	Luzera baliokidea diametroan (L/D)
45° ukondo estandarra	16
Erradio luzeko 90° ukondoa	20
90° ukondo estandarra	30
180° ukondoa	50
Globo-balbula (guztiz zabalik)	340
Balbula boladuna (guztiz zabalik)	150
Balbula birakaria (guztiz zabalik)	100
Tximeleta-balbula (guztiz zabalik)	45

Emaitza: 17,446 kPa.

3.22.- Eguneko 10^7 kg olio garraiatzeko 20 cm-ko diametrodun hodi zuzena erabiltzen da. Hodiaren sarreran energia-lerroaren altuera 64 m-koa da ($h_{presioa} + h_{geom} + h_{zinet}$), eta puntu horretan altuera geometrikoa 30 m-koa da. Hodiaren sarreratik 240 m-tara (lerro zuzenean) ponpa bat kokaturik dago, 6 m-ko altuera geometrikoa duelarik. Ponparen irteeran kokaturiko manometro batean 8,5 bar-reko presioa neurtzen da. Datuak: olioaren dentsitatea = 860 kg/m^3 ; $f = 0,03$ eta $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Kalkuluak lau hamartarrekin burutu.

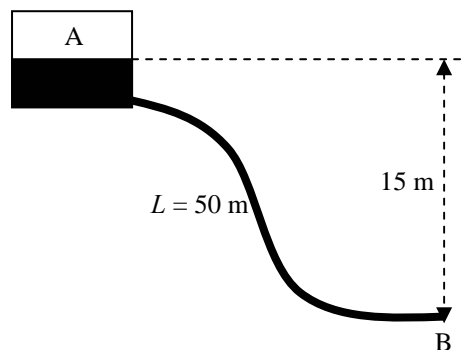
- Ponparen etekina 0,78 bada, zein da ponpak kontsumituriko potentzia?
- Ponpa eta hodiaren irteeraren artean 200 m-ko hodi zuzena dago. Irteeran olioaren presio manometrikoa 1,5 bar-ekoa da, eta sekzio berdinarekin deskargatu egiten da. Zein da irteeraren altuera geometrikoa?
- Irudikatu energia-lerroaren bilakaera bere termino guztiak adieraziz.

Emaitzak: 176,99 ZP; 60,97 m.

3.23.- Ureztatzeko ur-biltegi bat, baratzten maila baino 15 m gorago jarrita dago. Biltegia irekita dago (eguratsaren presiopean), eta uraren gainazal askea altuera konstantean mantentzen da. Konexioaren B puntuan ura $v_B = 8$ m/s-ko abiadurarekin ateratzen da, ur biltegiaren husteko erritmoa 50 litro/s-koa delarik. Hodiaren diametroa ez da aldatzen luzera osoan. Datuak: $g = 9,8$ m/s²; $\nu = 1,24 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

a) Aurkitu hodian gertatutako karga-galera eta f marruskadura-koefizientea.

b) B puntuan 100 m-tako beste hodi bat lotu nahi da, dagoenaren berdina. Aurreko galderan lorturiko f berbera erabiliz, kalkulatu ur-biltegiaren irteeran jarri behar den ponparen potentzia, kW-tan, 70 l/s-ko emaria lortzeko.



Emaitzak: 0,00641; 41,4 kW.

3.24.- $Q = 30$ l/s emaria ($\nu = 1,2 \cdot 10^{-6}$ m²/s) garraiatzeko 0,2 m-ko diametroko hodia ipini da. Hodiaren materiala fibrozementuzkoa da. Kalkulatu f marruskadura-koefizientearen balioa 10^{-4} baino errore txikiagoarekin (erabili Colebrook-en adierazpena iterazioen bidez).

Emaitza: 0,0172.

3.25.- Fibrozementuzko hodi baten fluxuaren datuak hauek dira: $L = 4000$ m, $Q = 200$ l/s, $D = 500$ mm eta $\nu = 1,24 \cdot 10^{-6}$ m²/s (ura). Kalkulatu H_{rp} delakoa Moody-ren diagrama erabiliz.

Emaitzak: 0,0142; 6,01 m.

3.26.- Altzairuzko hodi batek ($D = 500$ mm, $k = 0,046$ mm) 20° C-ko ura garraiatzen du. $H_{rp}/L = 6 \cdot 10^{-3}$ bada, kalkulatu emariaren balioa.

Emaitza: 0,413 m³/s.

3.27.- 0,2 m³/s-ko ur-emaria gordailu batetik 5 m beherago dagoen beste batera ontzieldatu nahi da, eta beren arteko distantzia 4000 m-koa da. Kalkulatu tutueriak izan behar duen diametroa, baldin eta fibrozementuzko tutua erabiltzen badugu. ($\nu = 1,24 \cdot 10^{-6}$ m²/s).

Emaitza: 0,519 m.

3.28.- Gordailu batetik 100 m beherago eta 8000 m-ra kokatuta dagoen beste batera ura ontzieldatu nahi da ($\nu = 1,24 \cdot 10^{-6}$ m²/s). Tutueria leuna da eta 100 mm-ko diametroa du.

a) Kalkulatu emariaren balioa.

b) Hodi zimurra jarrita, 7,5 l/s-ko emaria neurtzen da. Kalkulatu zimurtasuna.

Emaitzak: 9,11 l/s; 0,257 mm.

3.29.- Seriean dauden hiru tutueriak ondorengo ezaugarriak dituzte hurrenez hurren:

$L_1 = 1100$ m, $k_1 = 0,025$ mm, $D_1 = 700$ mm

$$L_2 = 920 \text{ m}, k_2 = 0,2 \text{ mm}, D_2 = 600 \text{ mm}$$

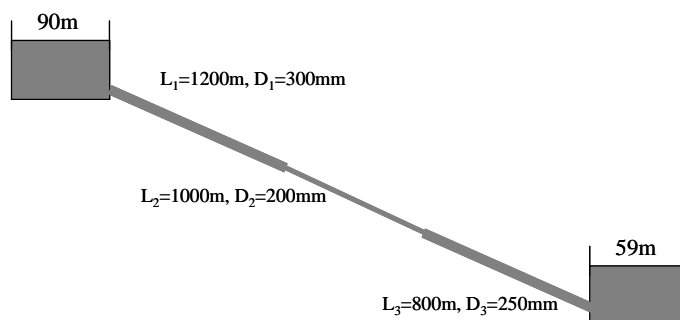
$$L_3 = 1350 \text{ m}, k_3 = 0,09 \text{ mm}, D_3 = 500 \text{ mm}$$

Zirkulatzan ari den ur-emaria 275 l/s-koa bada ($\nu = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$):

a) kalkulatu karga-galera (Moody-ren diagrama erabili).

b) $k = 0,025 \text{ mm}$ bada aurkitu aurreko sistemarako hodi baliokidearen diametroa. Hartu hodi baliokidearen luzerarako hiru tutuetako luzeren batura.

Emaitzak: 5,901 m; 0,547 m.



3.30.- 90 m-ko altuerara dagoen ur-gordailu batetik, 59 m-ko kotara dagoen beste batera ura ($\nu = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) ontzizaldatzen da. Tutueria burdinurtu arruntezko berria da ($k = 0,25 \text{ mm}$). Goiko irudiko datuekin, kalkulatu zirkulatzan duen emariaren balioa, galera kokatuak kontutan hartu gabe.

Emaitza: 63,3 l/s.

3.31.- Paraleloki kokatuta dauden tutu batzuek eratzen duten sistemaren datuak ondorengoak dira:

$$L_1 = 3050 \text{ m}, k_1 = 0,025 \text{ mm}, D_1 = 200 \text{ mm}$$

$$L_2 = 1820 \text{ m}, k_2 = 0,090 \text{ mm}, D_2 = 250 \text{ mm}$$

$$L_3 = 2260 \text{ m}, k_3 = 0,250 \text{ mm}, D_3 = 300 \text{ mm}$$

Beraietatik ura igarotzen da ($\nu = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).

a) Karga galera 2,4 m-koa bada, kalkulatu emaria.

b) Kalkulatu tutueria baliokidearen diametroa ($k = 0,025 \text{ mm}$) bere luzera 1890 m-koa baldin bada.

c) Sistemaren emaria 100 l/s izango balitz, kalkulatu emari-banaketa eta karga-galera.

Emaitzak: 79,1 l/s; 363 mm; 15,4 l/s; 35,9 l/s; 48,7 l/s; 3,7 m.

3.32.- 10 °C-ko tenperatura duen ura ($\nu = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), 200 mm-ko diametroa duen tutu batean sartzen da. Kalkulatu L sarrera-luzeraren balioa, emariak ondoko balioak dituenean: 0,1 l/s, 1 l/s, 10 l/s, 100 l/s eta 1000 l/s.

Emaitzak: 6,1 m; 3,7 m; 5,4 m; 7,9 m; 11,6 m.

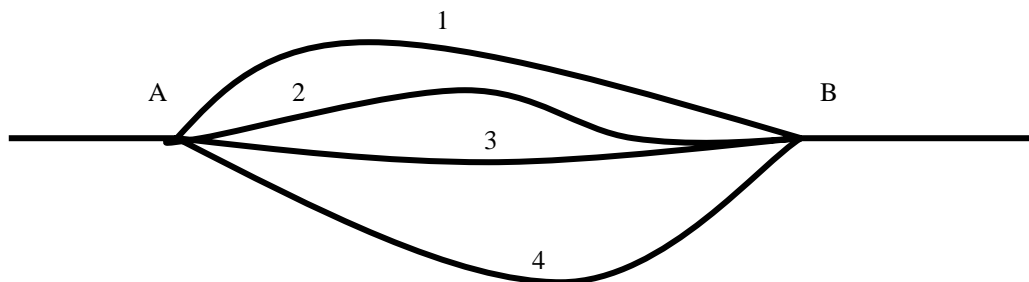
3.33.- Irudiko tutueria-multzotik olio a igarotzen da. Kalkulatu:

a) 1. hodian karga-galerak 10 m-ko olio-zutabe baten bidez ematen dira. Zein izango da 2. hodian karga-galeren olio-zutabearen altuera?

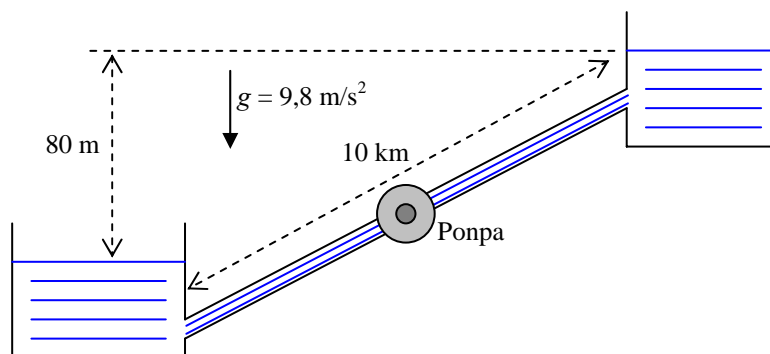
b) $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4$ bada, zein da hodi bakoitzean galduriko potentzia?

c) $Q_1 \neq Q_2 \neq Q_3 \neq Q_4$ bada, zein da hodi bakoitzean galduriko potentzia?

d) 1. hodian $H_f = 10$ m-ko olio-zutabea dago, $Q_1 = Q_2 = 10$ l/s, $Q_3 = Q_4 = 20$ l/s eta ρ (olioa) = 800 kg/m³. Zein da A eta B puntuen artean galduriko potentzia?



3.34.- Beheko gordailutik goikora 70 litro fueloil eramaten dira segundoko, 0,90 errendimendua duen ponpa elektrikoa erabiliz. Energia elektrikoaren kilowatt-ordua 8 zentimotan ordaintzen bada, kalkula ezazu eguneko kostua (eurotan) ondoko bi kasuetarako:



- a) Hodiaren diametroa 30 cm-koa denean.
- b) Diametroa 7,5 cm-koa denean, marruskadura-koefizientea $f = 0,0015$ delarik. Fueloilaren datuak: $\nu = 2,05 \cdot 10^{-4}$ m²/s, $\rho = 910$ kg/m³.

Emaitzak: 205 €; 3518 €

3.35.- Ponpa batek H_1 karga-altuera ematen dio sistema bati. Sistemak L luzerako eta D diametroko hodia du, eta bertatik ρ dentsitateko fluidoa garraiatzen da.

- a) f hodiaren marruskadura-koefizientea bada, kalkula ezazu emariaren balioa hodiaren irteeran potentzia (fluidoaren energia totala denbora unitateko) maximoa izan dadin.
- b) 4,8 km-ko luzeradun, 200 mm-ko diametrodun eta $f = 0,028$ duen hodi batetik ura garraiatzen da. Ponparen irteerako presioa 6900 kN/m²-koa bada, zein da hodiaren bukaeran eman daitekeen potentzia maximoa?

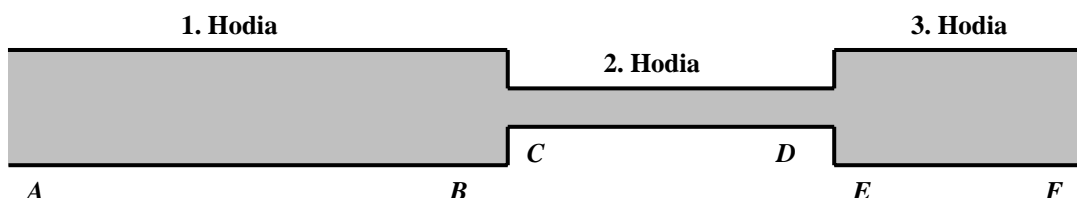
Emaitzak: $\sqrt{\frac{H_1 \pi^2 g D^5}{24 f l}}$; **3,78 10⁵ W.**

3.36.- Hiru hodi dauzkagu, beraien datuak ondoko hauek direlarik:

	1	2	3
Luzera (m)	60	30	30
Diametroa (cm)	30	15	30
f	0,020	0,015	0,020

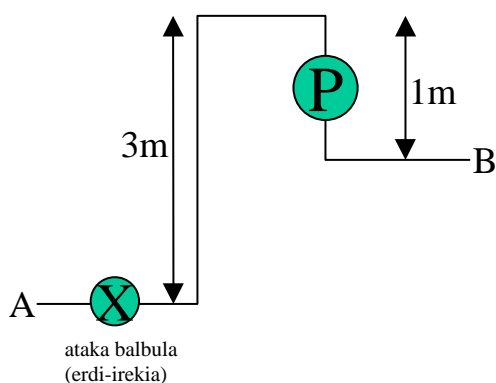
Sarreran (A puntuan) abiadura 2,41 m/s-ko da, eta altuera piezometrikoa 60 m. BC eta DE tartean galera-kokatuak daude eta beraien koefizienteak hauek dira: $K_{BC} = 0,37$ eta $K_{DE} = 0,5$.

- a) Kalkulatu karga-galera guztiak.
- b) Beheko diagraman irudikatu lerro piezometrikoa eta gainontzeko altuerak.



Emaitzak: 1,185 m; 1,754 m; 14,224 m; 2,371 m; 0,593 m.

3.37.- 3.26 ariketako hodia ura 20 °C-tan ($\nu = 1,003 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) garraiatzeko erabiltzen da irudiko instalazioan: $L_{AB} = 300 \text{ m}$, balbula bat eta erradio ertaineko lau ukondo. Kalkulatu ponpak kontsumitu behar duen potentzia A eta B puntuetan presio berdina mantentzeko ($\eta = \%80$).



Elementua	K
Globo-balbula (guztiz zabalik)	10
Balbula anguloduna (guztiz zabalik)	5
180° ukondoa	2,2
T erako lotura	1,8
Erradio txikiko ukondoa	0,9
Erradio ertaineko ukondoa	0,75
Erradio handiko ukondoa	0,60
45° ukondoa	0,42
Ataka-balbula (guztiz zabalik)	0,19
Ataka-balbula (erdi zabalik)	2,06

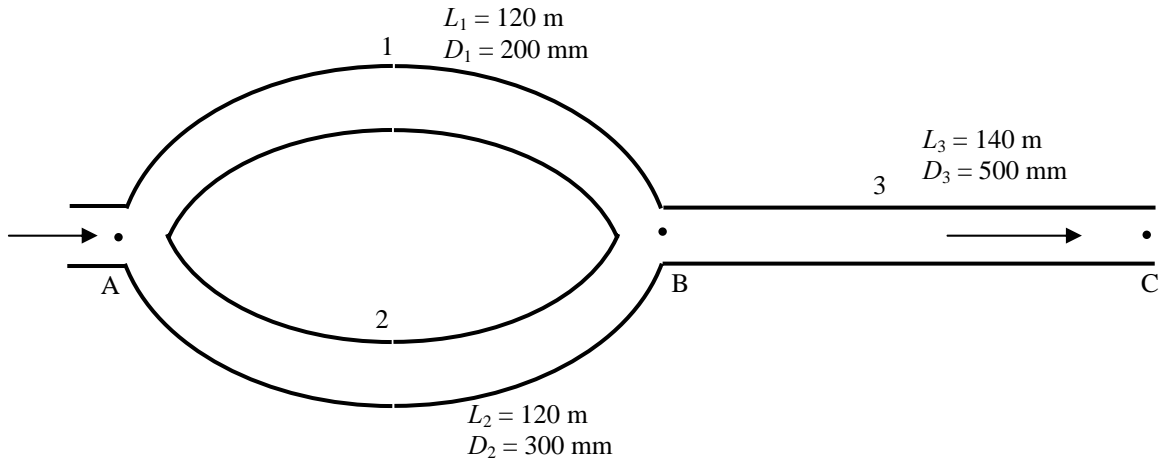
Emaitza: 34,03 ZP.

3.38.- 3 cm-ko diametroko tutueria batean zehar olio lubrifikatzailea $Q = 0,85 \text{ l/s}$ -ko emariarekin garraiatzen da. Olio lubrifikatzailearen ezaugarriak hauek dira: $\nu = 1,22 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ eta $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$. Kalkulatu 500 m-ko hodi batean zehar gertatuko den karga-galera (Pa-etan) eta galdutako potentzia (ZP-tan).

Emaitzak: 2216,88 kPa; 2,56 ZP.

3.39.- Beheko irudiko instalazioak petrolio gordina garraiatzen du ($\nu = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$). B eta C puntuen arteko emaria 200 l/s da.

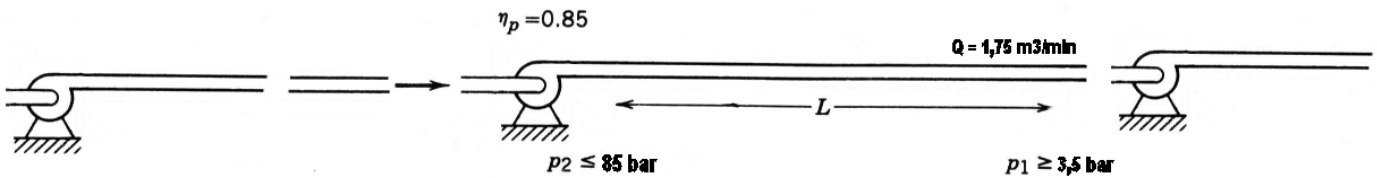
- a) Zein fluxu-mota dago alde bakoitzean (laminarra ala zurrunbilotsua)?
- b) Zein da B eta C puntuen arteko karga-galera?
- c) Zeintzuk dira 1 eta 2 aldeetako emariak, Q_1 eta Q_2 ?
- d) Zein da A eta B puntuen arteko karga-galera?



Emaitzak: 1,49 m; 0,033 m³/s; 0,167 m³/s; 8,229 m.

3.40.- Alaskako oliobidearen sekzio batetik petrolio gordinaren emaria eguneko 1,8 milioi upel da (175 m³/min). Hodiaren barne diametroa eta zimurtasun absolutua 1,25 m eta 0,15 mm-koa dira besteak beste. Hodiak onartzen duen presiorik handiena 85 bar da, eta presiorik txikiena, petrolio-soluzioan gasak disolbaturik mantentzeko, 3,5 bar da. Petrolio gordinak 0,93 dentsitate erlatiboa du, eta ponpatzean duen biskositatea 0,017 Ns/m². Kalkulatu:

- Bi ponpaketa-estazioen artean egon daitekeen distantzia handiena, petrolioak goian azaltzen diren baldintzak bete ditzen.
- Ponparen errendimendua %85-a baldin bada, kalkula ezazu ponpaketa-estazio bakoitzak kontsumitzen duen potentzia.



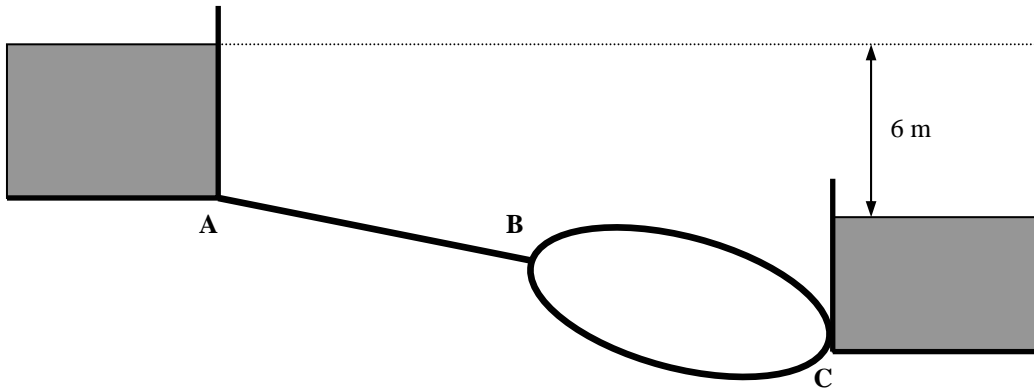
Emaitza: 221,6 km; 27,9657 MW.

3.41.- Neguan ibaietatik ur asko jaisten denean, ibaien gainazalek ezkerreko eitea hartzen dute. Udan, berriz, eskuinean ageri den forma hartzen dute. Zergatik?



3.42.- Ur-gordailu biren arteko altuera-diferentzia 6 m-koa da. Alboko irudian ikusten den moduan, bi gordailuak hainbat tuturen bidez loturik daude. Lotura bi zatiz osaturik dago. Lehenengo zatia diametroa 600 mm-koa da, eta bere luzera 3000 m. Bigarren zatia paraleloki kokaturiko bi tutu berdinez osaturik dago (300 mm eta 3000 m). Emaria kalkulatu.

Datuak: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $f = 0,01$ tutu guztietarako.



Emaitza: $0,14454 \text{ m}^3/\text{s}$.

3.43.- 30 cm-ko diametroan eta 3400 m-ko luzeradun hodi horizontalak ($f = 0,022$) ura deskargatzen du eguratsera. Hodiaren sarrera, fluxua elikatzen duen gordailu handiko ur-gainazaletik 5,6 m beherago dago. Galera-kokatuak arbuiatu. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- Zein da deskargatzen den uraren emari bolumetrikoa?
- Emaria bikoiztu nahi da ponpa bat tartekatuz. Ponparen etekina %76 dela jakinik, zein potentzia kontsumituko du?
- Errepikatu (a) eta (b) atalak hodiaren sarrerako galera kontuan harturik, galera-koefizientea $k = 0,51$ dela jota. Emaitzen arabera, arrazoizkoa al da galera hori arbuiatzea?

Emaitzak: $46,8 \text{ l/s}$; $20,3 \text{ kW}$; $20,3 \text{ kW}$.

