1. HIDROSTATIKA

Hidrostatikak orekan dauden fluidoak eta solido zurrun modura higitzen direnak aztertzen ditu.

1.1. Presioa

Presioa magnitude eskalarra da, eta fluidomekanikako fenomenoetan askotan ageri da.

1.1.1. Presioaren definizioa

Indar batek azalera elementu diferentzial baten gainean eragiten duenean, indar horrek sortzen duen presioa honela defini dezakegu:

$$P = \frac{dF}{dA},$$

non dF gainazalak jasotzen duen indar diferentzialaren osagai normala den eta dA azaleraren elementu diferentziala. Beraz, presioa gainazal unitateko indar modura har dezakegu, eta magnitude eskalarra da. Nazioarteko Unitate-Sisteman (S.I.) presioaren unitatea *pascal-a* (Pa) da, Blaise Pascal (1623-1662) fisikari eta matematikari frantsesaren omenez:

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2.$$

Askotan, presioa neurtzeko beste unitate batzuk erabiltzen dira. Adibidez, *bar* unitatea maiz agertzen da. Unitate honek balio handia duenez, bere azpimultiploak erabili ohi dira:

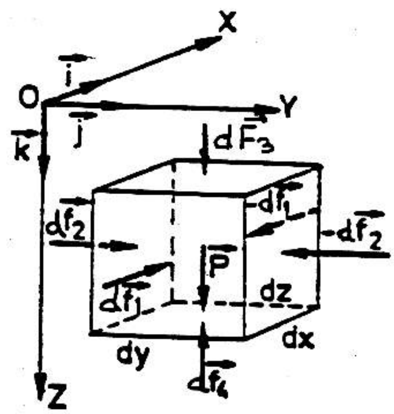
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa},$$
$$1 \text{ milibar} = 100 \text{ Pa}.$$

Beste unitate bat askotan agertuko zaiguna *atmosfera* (atm) da:

$$1 \text{ atm} = 1{,}013 \text{ bar} = 1{,}013\ 10^5 \text{ Pa} = 1{,}033 \text{ Kp/cm}^2.$$

1.1.2. Presio hidrostatikoa

Demagun eremu grabitatorioan murgilduta dagoen fluido bat daukagula. Fluidoa orekan dago, beraz, bere puntu guztiak orekan egon behar dute. Har dezagun fluidoaren dV bolumeneko elementu kubikoa:



Irudian ikus daitekeenez, kuboaren aurpegi guztietan indar bat ageri da, hain zuzen, bere inguruan dagoen fluidoak egina. Horretaz gain, elementuaren pisua ere ageri da. Aurpegi bertikaletan eragiten duten indarrak, simetriaz berdinak eta aurkako noranzkokoak dira, eta ondorioz, elkar ezabatzen dute. Goiko aurpegi horizontalean eragiten duen indarra ondorengo hau da: $P\, dA\, \mathbf{k}$, non P goiko aurpegian eragiten duen presioa den, eta dA kuboaren aurpegiko azalera. Beste aldetik, $-(P + dP)\, dA\, \mathbf{k}$ beheko aurpegian eragiten duen indarra da. dV elementua orekan dagoenez, Newton-en bigarren legea honela ageri zaigu:

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} = 0\,.$$

Bolumeneko elementuak pairatzen dituen indar guztiak batuz:

$$PdA\mathbf{k} - (P + dP)dA\mathbf{k} + dmg\mathbf{k} = 0 \,,$$

non *dm* elementu infinitesimalaren masa den. Masa hori fluidoaren dentsitatearen funtzioan adieraz dezakegu:

$$dm = \rho(z)dV = \rho(z)dAdz \,.$$

Beraz, *dm* ordezkatuz, eta dagozkion sinplifikazioak eginez:

$$\rho(z)gdAdz - dPdA = 0 \,,$$

eta gainera, $dA \neq 0$ betetzen denez:

$$dP = \rho(z)gdz \,.$$

$\rho(z)$, fluidoaren bolumen-unitateko masa edo dentsitatea, orokorrean, z sakoneraren funtzioa izango da. Baina likidoen kasuan, ia konprimaezinak direnez, $\rho \approx kte$ modura hartuko dugu, eta ondorioz:

$$\int_{P_0}^{P} dP = \int_{0}^{z} \rho gdz \,,$$

non P_0, likidoaren goiko gainazalaren presioa den; eta P, z sakonerako puntu bateko presioa. Integrazioa burutzen badugu, hauxe lortzen da:

$$P = P_0 + \rho gz \,.$$

Bi puntuen arteko presio diferentzia ere integral honetatik lor daiteke:

$$P_2 - P_1 = \rho g(z_2 - z_1).$$

Askotan, $\rho\, g$ biderketari likidoaren *pisu espezifiko* deritzo (γ), eta likido bakoitzaren ezaugarria da. Presioaren azken adierazpen honetatik atera dezakegun ondorioa honako hau da:

Grabitazioaren eraginpean dagoen likido batean plano horizontal bereko puntu guztiek presio berdina dute.

Beraz, normalean likido guztien goiko gainazala, edo hobeto esanda *gainazal askea*, plano horizontala da, eta gainazal horren puntu guztien presioa atmosferikoa da. (Gainazal askea fluidoaren goiko faseartekoa izaten da, eta inguruko gasekin edo likidoekin kontaktuan dago).Honen ondorioz, likido bat *ontzi komunikatuetan* sartzen badugu, ontzien itxura edonolakoa izanik ere, beraietan likidoak hartzen duen altuera berdina da. Hau da, ontzi berberaren gainazal askeak plano horizontal berean kokatuta daude.

Aurreko adierazpenetan ageri zaigun dentsitatearen unitateak orokorrean kg/m^3 dira. Hala ere, askotan beste magnitude adimentsional bat defini ohi da, *dentsitate erlatiboa*. Fluido baten dentsitate erlatiboa bere dentsitatea zati uraren dentsitatea eginez lortzen da:

$$\rho_{erl} = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$$

1.1. Taula. Hainbat solido, likido eta gasen dentsitate erlatiboak (0 ºC eta 1 atm).

Urrea	19,3
Beruna	11,3
Kuprea	8,93
Burdina	7,96
Lurra (batazbestean)	5,52
Aluminioa	2,70
Beira (arrunta)	2,4-2,8
Adreilua	1,4-2,2
Izotza	0,92
Egurra (haritza)	0,6-0,9

Ura	1,00
Itxasoko ura	1,025
Alkohola (etanol)	0,806
Gasolina	0,68
Merkurioa	13,6

Airea	$1{,}293 \cdot 10^{-3}$
Ur-lurruna	$0{,}6 \cdot 10^{-3}$ (100 ºC)
Helioa	$0{,}1786 \cdot 10^{-3}$
Hidrogenoa	$0{,}08994 \cdot 10^{-3}$

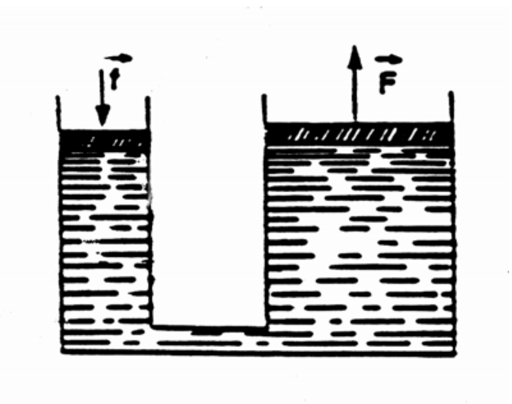
1.1.3. Pascal-en printzipioa

Orekan dagoen likido batean edozein puntutako presioak ondoko ekuazioa betetzen du:

$$P = P_0 + \rho g z \,,$$

non P_0 gainazal askearen presioa den. Adierazpen honen arabera, likidoaren gainazal askean presioa kantitate ezagun batez aldatzen bada, edozein puntutako presioaren balioa kantitate berdinaz aldatuko da. Hauxe da, hain zuzen, *Pascalen pintzipioak* dioena: *likido baten edozein puntutan egindako presioa norabide guztietarantz oso-osorik transmititzen da*.

Printzipio honen garrantzizko aplikazio bat, *prentsa hidraulikoa* dugu. Berau, elkar komunikatuta dauden bi zilindroz osatuta dago, bataren azalera bestearena baino askoz handiagoa izanik.



Bi gainazalak altuera berdinean daudenez, presio berdina izango dugu beraietan. Gainazal txikian enboloak egindako presioa hauxe da: $p = f / a$, eta ondorioz, azalera handiagokoaren gainean egongo den presioa beste hau dugu: $P = F / A$. Esan dugunez, presioak berdinak dira, hau da:

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a} .$$

Eta hemendik azalera handia duen enboloaren gainean eragiten den indarra kalkula dezakegu:

$$F = \frac{A}{a} f .$$

Beraz, azalera txikiko hodian *f* indar txikia aplikatuz, beste hodiko azaleran *F* indar handia lortuko dugu.

1.1.4. Presioaren neurketa

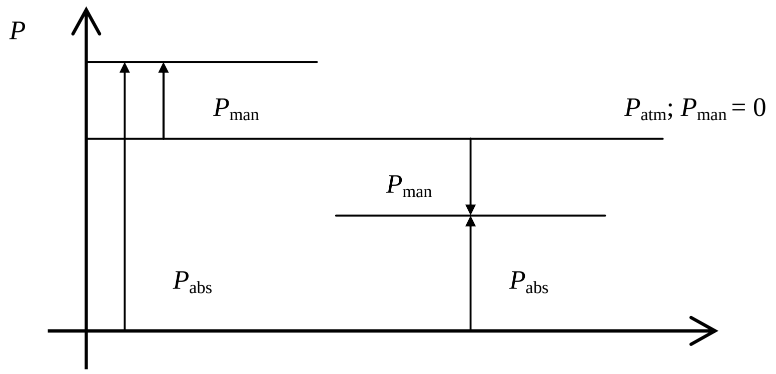
Fluidoaren egoera zehazteko bere presioa ezagutzea ezinbestekoa da. Horregatik, presioaren neurketa oso garrantzitsua da. Baina presioa neurtzerakoan presioa bi motatakoa izan daitekeela konturatu behar gara:

- *Presio absolutua*: zerotik neurtutako presioa.
- *Presio manometrikoa edo erlatiboa*: beste erreferentzia-presio batetik neurtutako presioa (normalean egurats-presioa izaten da erreferentzia-presio hori).

Egurats-presioa erreferentzi modura hartzen denean, presio absolutua eta presio manometrikoaren artean honako erlazio matematikoa daukagu:

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{man} .$$

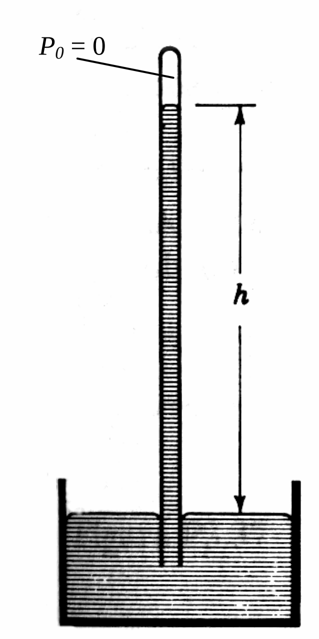
Eta grafikoki honela adierazten da:

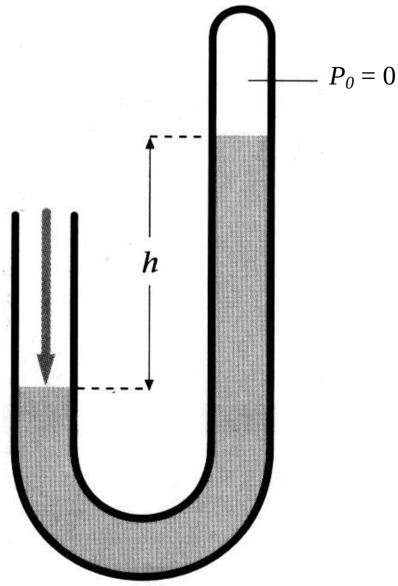


Ikusten denez, presio absolutua beti positiboa izan behar da, baina presio manometrikoa, berriz, negatiboa ere izan daiteke.

Hau ikusita, presioa neurtzeko tresnak ere bi eratakoak izan daitezke: barometroak eta manometroak.

- *Barometroa*: Barometroak eguratsaren presioa eta edozein presio absolutua neurtzeko balio du. Eguratsa Lurra inguratzen duen azal gaseosoa da. Berorren dentsitatea, gorantz goazen neurrian, txikiagotuz doa. Atmosferak Lurraren gainean eragiten duen presioari, *egurats-presio* deritzo, eta berau neurtzeko normalean alboko irudietan dauzkagun tresnak erabiltzen dira.





Tresna hauen barnealdea likido batez betetzen da (merkurioz normalean). Tutuen adar bat itxita eta zero presioarekin mantentzen da. Beste adarra, berriz, zabalik dago. Orekan hauxe betetzen da:

$$P = \rho g h \, ,$$

non P neurtzen ari garen presioa den, ρ likido barometrikoaren dentsitatea eta h likido barometrikoak lortzen duen altuera. Lehenengo barometroa Evangelista Torricelli-k (1608-1647) garatu zuen. Eguratsaren presioa baldintza normaletan neurtzen baldin badugu, merkurioak barometroan hartzen duen altuera 76 cm-koa da. Uraren kasuan, berriz, 10,34 m-ko altuera lortzen da. Merkurioaren altuera hori aprobetxatuz, presioarentzako beste unitate bat defini daiteke:

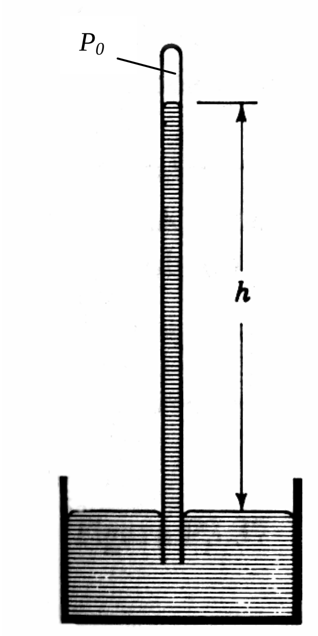
$$1 \text{ atm} = 1{,}013 \text{ bar} = 1{,}013 \; 10^5 \text{ Pa} = 76 \text{ cm Hg}.$$

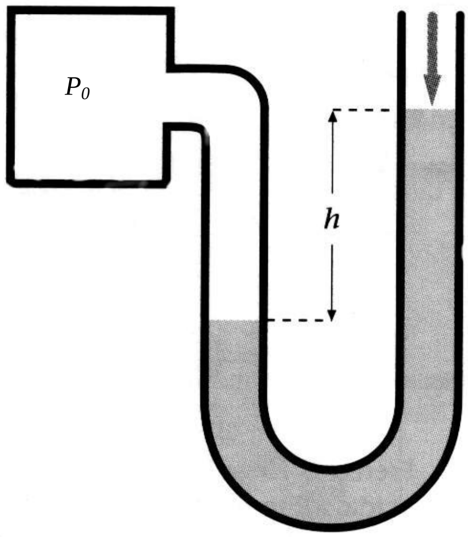
- *Manometroa*: Manometroa barometroaren moduko tresna da, baina presioak neurtzeko beste erreferentzia-presioa erabiltzen da (normalean egurats-presioa). Kontuan hartu behar da neurketan zehar manometroaren erreferentzia-presioa konstante mantendu behar dela, edo gutxienez kontrolpean.

Goiko irudietatik ondoko ekuazioa lor daiteke:

$$P = P_0 + \rho g h \, ,$$

non $\rho g h$ terminoak presio manometrikoa adierazten duen. Beraz, manometroaren bitartez presio manometrikoa neur daiteke.



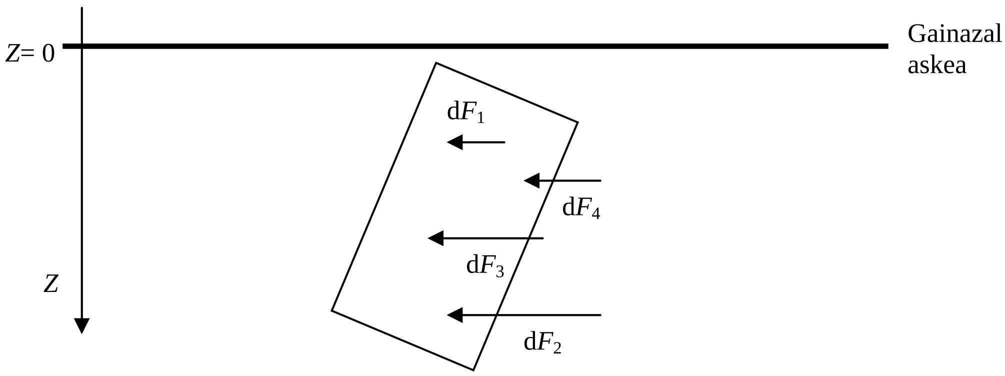


1.2. Gainazalen gaineko indarrak

Gainazal bat fluido batean murgiltzean, fluidoak gainazalari indar bat eragiten dio. Hain zuzen, indar honetaz arduratuko gara atal honetan. Fluido batean murgildutako gainazala aztertzerakoan, bi kasu bereiz ditzakegu: *gainazal laua* eta *gainazal kurbatua*.

1.2.1. Gainazal laua

Demagun A azalerako gainazal laua likido batean murgildurik dugula.



Gainazalean eragiten duten indarrak puntu bakoitzaren sakoneraren araberakoak dira; hortaz, puntu bakoitzean (gainazal infinitesimal bakoitzean) indarrak desberdinak dira, baina beti elkarrekiko paraleloak (gainazalarekiko elkarzutak, hain zuzen). Hau da, indar paraleloen sistema dugu. Indar sistema hori, indar bakar batez ordezka dezakegu. Indar ordezkaria ere gainazalarekiko elkarzuta izango da, eta bere modulua gainazal osoan integrazioa burutuz lortuko dugu:

$$F = \int dF = \int PdA \,,$$

non dA azaleraren elementu diferentziala den. Likidoaren gainazal askearen presioa P_0 bada, indar ordezkariaren balioa ondoko integrala eginez lortuko dugu:

$$F = \int \left(P_0 + \rho gz\right) dA = P_0 \int dA + \int \rho gzdA \,.$$

g konstantea denez, eta gainazala likido batean murgildurik dagoenez ($\rho \approx kte$):

$$F = P_0 A + \rho g \int zdA \,,$$

non A gainazalaren azalera osoa den. Beste aldetik, gainazal baten grabitate-zentroko z koordenatuaren definizioa hauxe da:

$$z_{gz} = \frac{\int zdA}{A} \,.$$

Aurreko adierazpenean ordezkatuz, indar ordezkariaren balioa honako hau izango da:

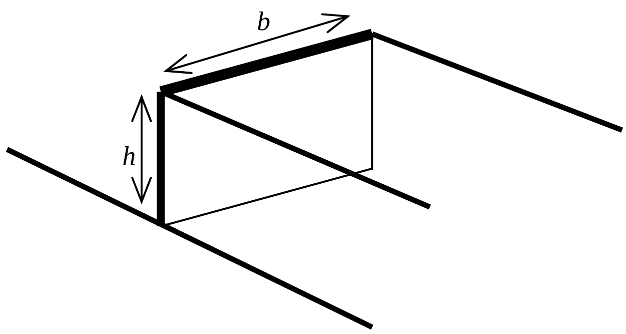
$$F = P_0 A + \rho g z_{gz} A = P_{gz} A \,.$$

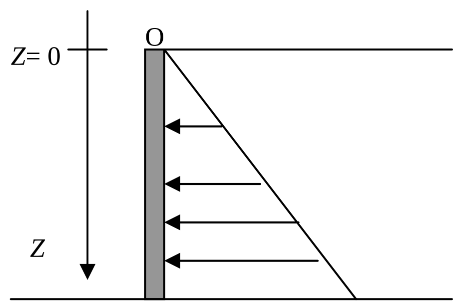
non P_{gz} gainazalaren grabitate-zentroko presioa den. Beraz, likido batean murgildutako gainazalaren kasuan ondoko hau baiezta daiteke: *Likido batek edozein gainazal lauaren gainean eragiten duen indar osoa, gainazalaren azalera bider grabitate-zentroko presioa da.*

Beste aldetik, indar ordezkariak puntu batekiko sortutako momentua, indarren momentuen batura izan behar du. Beraz, puntu jakin batean egon behar du aplikatuta. Puntu jakin horri *presio-zentroa* deritzo. Hau da, indar ordezkaria aplikatu behar deneko puntua presio-zentroa da, eta hau orokorrean grabitate-zentroaren desberdina izango da. Matematikoki honela adieraziko dugu:

$$M_o = \int dM_o = \int zdF = Fz_{pz} \,.$$

Adibide modura gainazal laua eta errektangeluar baten kasua aztertuko dugu. Kalkuluak erraztearren, gainazalaren goiko ertza likidoaren gainazal askearekin bat datorrela hartuko dugu.





Likidoak eragindako indarra beti gainazalarekiko elkarzuta da, eta bere balioa:

$$F = P_{gz} A = \left(\rho g \frac{h}{2} \right) (hb) = \rho g \frac{h^2}{2} b ,$$

non h eta b gainazalaren altuera eta zabalera diren. P_0 presioa ez dugu kontutan hartzen, egurats-presioak norabide guztietan eragiten duelako. Indar horren aplikazio-puntua (presio-zentroa) aurkitzeko, goiko ardatzarekiko momentu guztien batura (integrala) kalkulatuko dugu:

$$M_O = \int dM_O = \int zdF = \int zPdA = \int_0^h z(\rho gz) bdz = \rho gb \int_0^h z^2 dz = \rho gb \frac{h^3}{3} .$$

Beste aldetik, momentu totala ondoko hau daukagu:

$$Fz_{pz} = \left(\rho g \frac{h^2}{2} b \right) z_{pz} .$$

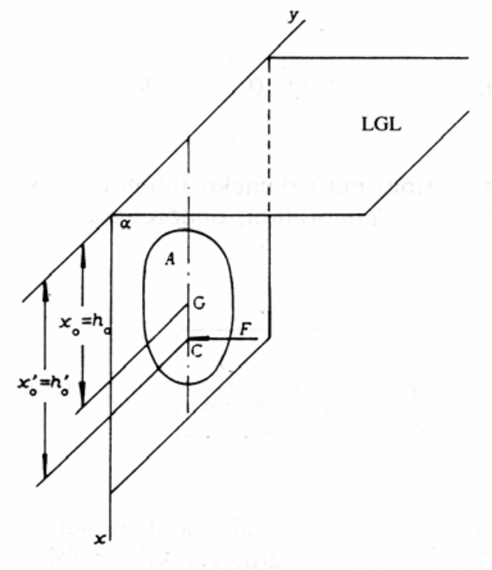
Goiko bi adierazpenak berdinduz, gainazalaren presio-zentroaren z_{pz} koordenaturako hurrengo emaitza lortzen da:

$$z_{pz} = \frac{2}{3} h .$$

Hau da, gainazal laua eta errektangeluarraren presio-zentroa sakoneraren bi herenetara dago. Baina hau soilik betetzen da goiko ertza likidoaren gainazal askearekin bat datorrenean. Ikusten denez, grabitate-zentroa $\left(\frac{h}{2} \right)$ eta presio-zentroa $\left(\frac{2}{3} h \right)$ puntu desberdinetan kokaturik daude.

Hala ere, kasu orokor batean gainazala ez da errektangeluarra izango, eta gainera bere goiko ertza ez da egongo likidoaren gainazal askearekin kontaktuan. Orduan, aurreko emaitza ezin izango dugu erabili. Gainazalaren eitea edonolakoa bada, bi egoeren aurrean aurki gaitezke: gainazala bertikalki jarrita egotea hala gainazala zeiharra izatea.

Gainazala bertikalki jarrita badago, likidoaren gainazal askearekiko perpendikularra izango da. Kasu honetan, presio-zentroaren kokapena adierazpen honen bidez kalkulatuko dugu:

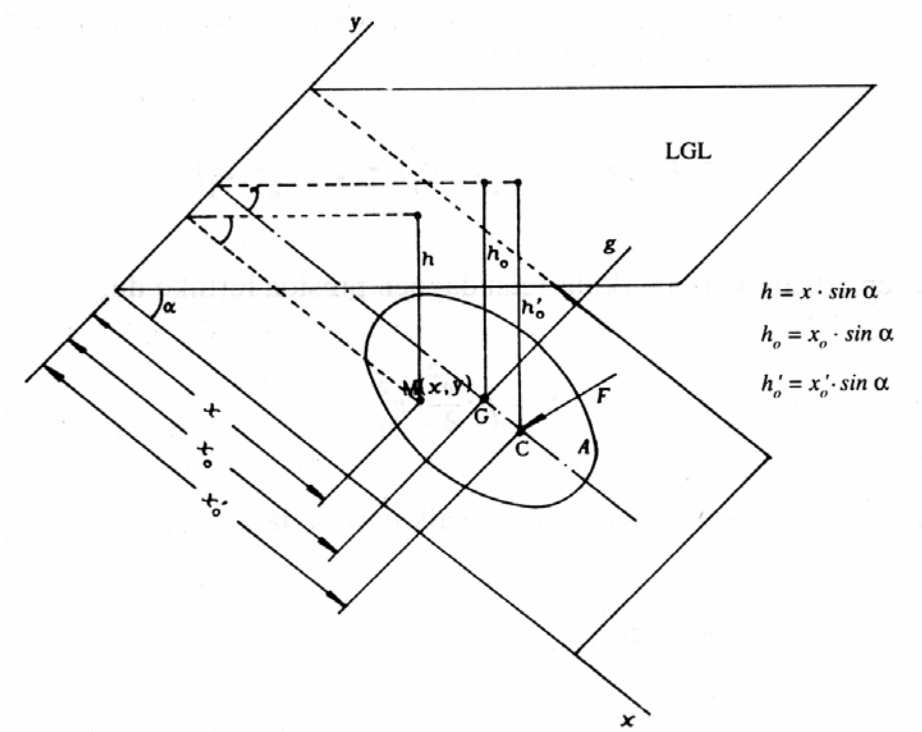


$$h_0' = h_0 + \frac{I_g}{h_0 A}$$

non I_g gainazalaren grabitate-zentroko inertzia-momentua eta A gainazalaren azalera diren. Fluidoaren gainazal askea eta aztertzen ari garen gainazaleko planoa zuzen batean mozten dira, y zuzena alegia. I_g inertzia-momentua y zuzenarekiko paraleloa eta gainazalaren grabitate zentrotik pasatzen den ardatzetik kalkulatzen da.

Gainazala zeiharraren kasuan, presio-zentroaren posizioa beste formula honen bidez lortuko dugu:

$$x_0' = x_0 + \frac{I_g}{x_0 A}$$



Beste aldetik, azken bi adierazpen hauek baliagarriak izateko, gainazal askearen presioa egurats-presioa izan behar dela ziurtatu behar da.

1.2.2. Gainazal kurbatua

Hemen, berriz, gainazaleko puntu desberdinetako bektore unitarioak ez dira elkarren artean paraleloak, eta ondorioz, gainazalak jasotzen dituen indarrak ere ez. Beraz, indarren batuketa ezin da eskalarki burutu, eta bektorialki egin behar da. Horretarako, gainazaleko puntu guztien indarrak deskonposatu behar dira, eta gero osagaiak integratu.

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = \begin{cases} F_X = \int dF_X \\ F_Y = \int dF_Y \\ F_Z = \int dF_Z \end{cases}$$

Hori dela eta, kasu honetan ez dago emaitza orokorrik gainazal lauen kasuan bezala.

1.3. Flotazioa eta egonkortasuna

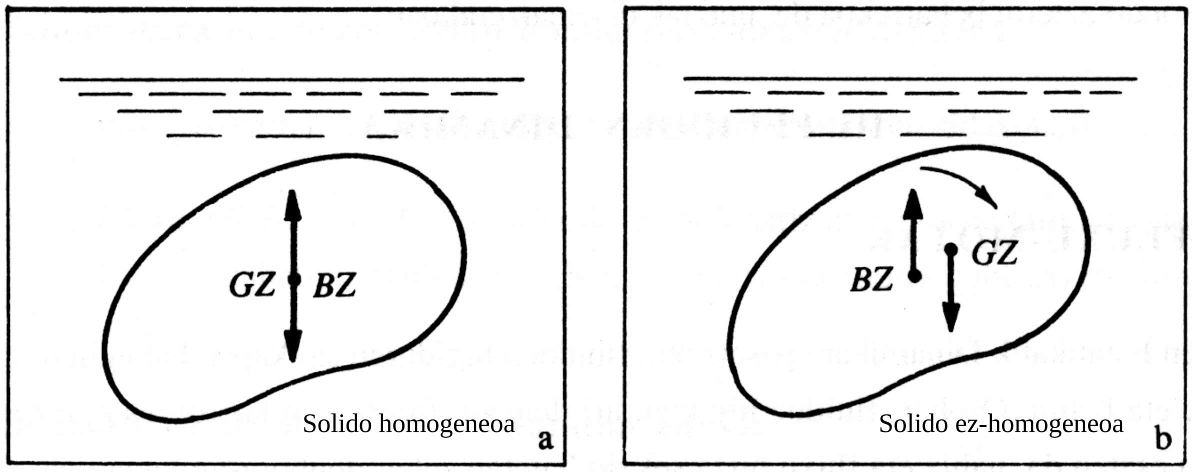
Hidrostatikako alor honetan fluidoetan murgildutako gorputzen jokaera aztertzen da.

1.3.1. Arkimedes-en printzipioa

Arkimedes-en printzipioa Hidrostatikako oinarrizko printzipioen artean kokatzen da. Arkimedes-ek, jakintsu grekoak (K.a. ~287-212), bere garaian aurkitu zuena ondoko baieztapenean laburbil daiteke:

Fluido batean murgildutako gorputzak goranzko bultzada bertikala jasaten du, berorren balioa, kanporatzen duen fluidoaren pisuaren berdina delarik.

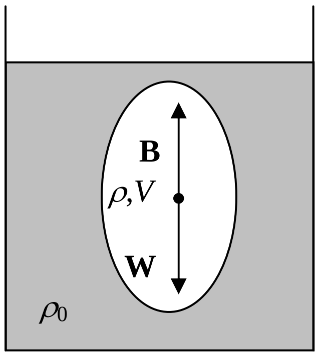
Jarraian baieztapen hau frogatuko dugu. Demagun likido bat orekan daukagula eremu grabitatorioan. Likidoaren zati bat hartzen badugu, hau ere orekan egon behar da, eta horregatik, bere gainean eragiten duten indarren batura zero izan behar da. Indar horiek bi ditugu: beheranzko pisua eta zati horren inguruan dagoen likidoak eragiten dion indarra, derrigorrez goranzko noranzkoan dagoena. Oreka-baldintzak betetzeko, bi indarren balioak berdinak izan behar dira.



Aztertu dugun likido-zatiaren ordez, forma eta bolumen berdineko gorputza kokatuko dugu bertan. Gorputzaren gainean inguruko likidoak eragindako indarra, *bultzada* deituko duguna, aurretik zegoen likido-zatiari eragindakoaren berdina da, hots, bultzada likido-zatiaren (kanporatutako likidoaren) pisuaren berdina da.

1.3.2. Murgildutako gorputzen oreka

Aurretik esan dugunez, likidoz murgilduta dagoen gorputzaren gainean bi indarrek eragiten dute: bere pisuak eta likidoak eragiten dion bultzadak. Pisua grabitate-zentroan aplikatuta dago eta bultzada, *bultzada-zentroan*, azken hau, kanporatutako likidoaren grabitate-zentroa izanik. Orokorrean, gorputzaren grabitate-zentroa eta bultzada-zentroa puntu desberdinetan kokatzen dira. Gorputza homogeneoa bada, hau da, bere puntu guztietako dentsitatea konstante mantentzen bada, grabitate-zentroa eta bultzada-zentroa bat datoz.



Jo dezagun m masako gorputza homogeneoa dela, eta bere dentsitatea ρ dela. ρ_0 dentsitateko fluido batean murgilduta dago, eta bere gainean eragiten duten indarrek Newton-en bigarren Legea beteko dute, hau da:

$$B - mg = ma\,,$$

non B fluidoak gorputzari eragiten dion goranzko bultzada den, eta a gorputzak izango duen azelerazioa. Bultzadak kanporatutako fluidoaren pisuaren balio berdina du:

$$B = \rho_0 Vg\,.$$

Gorputzaren masa dentsitatearen funtzioan adierazten badugu ($m = \rho V$), goiko ekuazioa honela geratuko da:

$$\rho_0 Vg - \rho Vg = \rho Va\,.$$

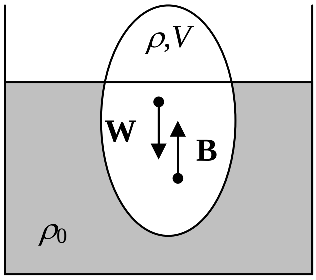
$V \neq 0$ denez, ekuaziotik ken dezakegu, eta orduan, azelerazioa askatuko dugu:

$$a = \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right) g\,.$$

Gorputzaren azelerazioa aztertzen badugu, hiru kasu bereiz daitezke:

1) $\rho > \rho_0$ bada, $a < 0$ izango da, eta ondorioz, gorputza hondoratu egingo da.

2) $\rho < \rho_0$ bada, $a > 0$ izango da, eta gorputzak gorantz egingo du, gainazal askean flotatzen geratuko delarik. Gorputzak likidoan murgilduta utziko duen bolumenak ondoko baldintza hau bete behar du, orekan egoteko:



$$B = mg\ .$$

Hau da, kanporatutako fluidoaren pisuak eta gorputzaren pisuak moduluz berdinak izan behar dute:

$$\rho_0 V_1 g = \rho V g\ ,$$

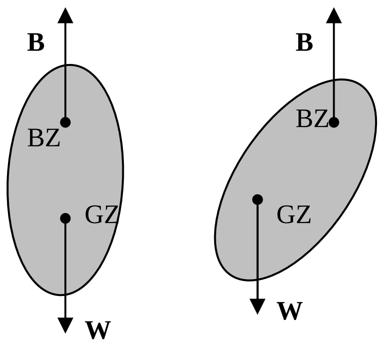
non V_1 kanporatutako fluidoaren bolumena eta V gorputzaren bolumen osoa diren.

$$V_1 = \frac{\rho}{\rho_0} V\ .$$

3) $\rho = \rho_0$ bada, $a = 0$ izango da, eta gorputza *oreka indiferentean* geratuko da likidoaren barruan. Oreka indiferentearen egoeran gorputza edozein posiziotan orekan dago.

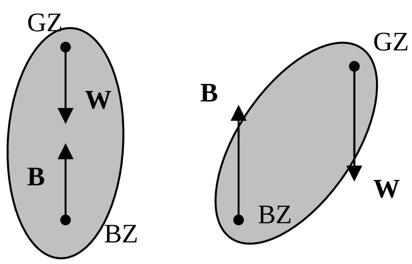
Demagun orain gorputza ez-homogeneoa dela eta goranzko bultzada beheranzko pisuaren berdina dela. Kasu honetan, grabitate-zentroa eta bultzada-zentroa ez datoz bat; ondorioz, gorputza, edozein posiziotan ez da orekan egongo. Izan ere, horretarako aipatutako puntu biek bertikal berean egon behar dute. Era horretan: $\sum \mathbf{F} = 0$ eta $\sum \mathbf{M} = 0$.

Bultzada-zentroa grabitate-zentroaren gainean badago, *oreka egonkorra* dugu; oreka-posiziotik ateratzean, berriro oreka-posiziora itzuliko da.



Alboko irudian ikusten denez, kasu honetan sortutako indar-pareak gorputza berriro oreka-posiziorantz birarazten du.
(BZ: bultzada-zentroa; GZ: grabitate-zentroa)

Berriz, bultzada-zentroa grabitate-zentroaren azpian badago, *oreka ez-egonkorra* izango dugu.

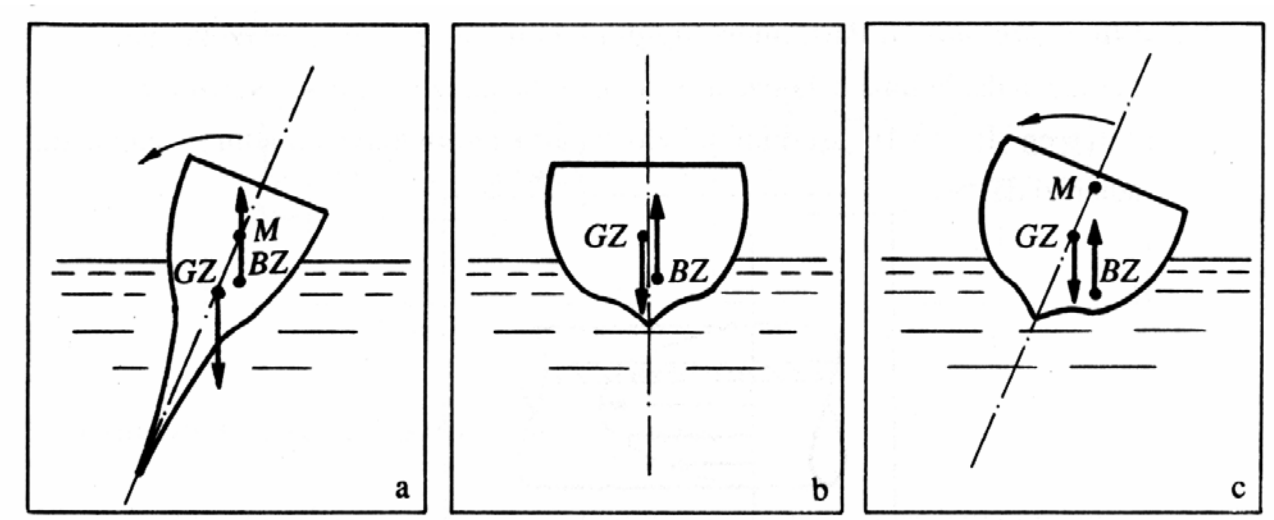


Oreka-posiziotik ateratzean gorputza iraularaziko duen indar-parea sortzen da, eta berriro oreka-posizio egonkorrera eramango du.

1.3.3. Flotatzen ari diren gorputzen oreka

Flotatzen ari diren gorputzak orekan egoteko baldintza aurreko kasuaren berdina da: grabitate-zentroak eta bultzada-zentroak bertikal berean egon behar dute. Gainera oreka egonkorra egoteko grabitate-zentroa bultzada-zentroa baino beherago egon behar da. Grabitate-zentroa gero eta beherago egon, gero eta egonkorragoa izango da sistema. (Hori dela eta, itsasontzien hondoetan *lasta* jarri ohi da grabitate-zentroa jaisteko). Hala ere, zenbait kasutan grabitate-zentroa bultzada-zentroaren gainean egon arren, oreka egonkorra egon daiteke.

Demagun flotatzen ari den gorputz bat oreka-posiziotik desplazatzen dugula. Esfera bat ez bada, bultzada-zentroaren posizioa aldatu egingo da, murgildutako bolumenaren forma aldatu delako. Hala ere, bolumena ez da aldatuko, bultzadak berdina izan behar duelako (pisuaren berdina, alegia).

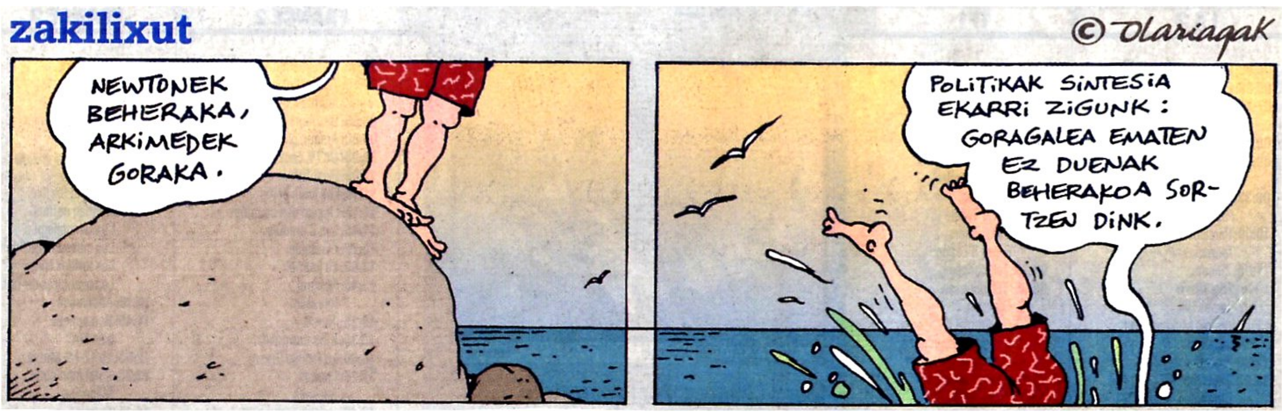


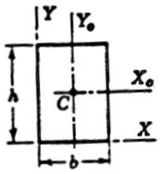
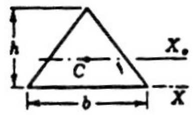
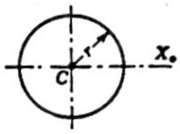
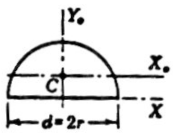
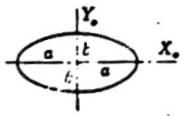
Bultzada-zentrotik pasatzen den bertikalak eta gorputzaren simetria-ardatzak elkar ebakitzen duteneko puntuari *metazentro* deritzo. Berorren arabera:

a) Metazentroa grabitate-zentroa baino beherago badago, oreka ez-egonkorra dugu, sortzen den indar-bikoteak gorputza iraularazten duelako.

b) Metazentroa grabitate-zentroaren gainetik badago, oreka egonkorra da, sortzen den indar-bikoteak gorputza oreka-posiziora itzultzen duelako.

c) Puntu berean badaude, oreka indiferentea dugu; gorputza edozein posiziotan dago orekan.



Irudia	Inertzi momentua	Biraketa–erradioa
Laukizuzena 	$\bar{I}_{x_o} = \dfrac{b\,h^3}{12}$	$\bar{k}_{x_o} = \dfrac{h}{\sqrt{12}}$
	$I_x = \dfrac{b\,h^3}{3}$	$k_x = \dfrac{h}{\sqrt{3}}$
Edozein triangelu 	$\bar{I}_x = \dfrac{b\,h^3}{36}$	$\bar{k}_x = \dfrac{h}{\sqrt{18}}$
	$I_x = \dfrac{b\,h^3}{12}$	$k_x = \dfrac{h}{\sqrt{6}}$
Zirkulua 	$\bar{I}_x = \dfrac{\pi\,r^4}{4}$	$\bar{k}_x = \dfrac{r}{2}$
	$\bar{I}_p = \dfrac{\pi\,r^4}{2}$	$\bar{k}_z = \dfrac{r}{\sqrt{2}}$
Zirkuluerdia 	$I_x = \bar{I}_y = \dfrac{\pi\,r^4}{8}$	$k_x = \bar{k}_y = \dfrac{r}{2}$
	$\bar{I}_x = 0{,}11\ r^4$	$\bar{k}_x = 0{,}264\ r$
Zirkululaurdena 	$I_x = I_y = \dfrac{\pi\,r^4}{16}$	$k_x = k_y = \dfrac{r}{2}$
	$\bar{I}_x = \bar{I}_y = 0{,}055\ r^4$	$\bar{k}x = \bar{k}y = 0{,}264\ r$
Elipsea 	$\bar{I}_x = \dfrac{\pi\ ab^3}{4}$	$\bar{k}_x = \dfrac{b}{2}$
	$\bar{I}_y = \dfrac{\pi\,ba^3}{4}$	$\bar{k}_y = \dfrac{a}{2}$

ARIKETAK

1.1.- Zabalik dauden bi hodi elkar komunikatuak urez beterik daude. Haietariko batean olioa botatzen da, 40 zentimetroko olio-zutabea lortu arte. Kalkulatu uraren gainazal askea eta olioarenaren artean dagoen altuera desberdintasuna. (Olioaren dentsitatea: 0,91 g/cm^3)

Emaitza: 3,6 cm.

1.2.- s = 1 cm^2 eta S = 5 cm^2–ko sekzioko bi hodi komunikatuetan merkurioa botatzen da. Gero, hodi estuenean 50 cm^3–ko bolumeneko ura sartzen da. Eta azkenik, alkohol-kopuru berdina hodi zabalenean botatzen da. Zein da merkurioaren altuera-diferentzia? (Merkurioaren dentsitatea: 13,6 g/cm^3; Alkoholaren dentsitatea: 0,792 g/cm^3)

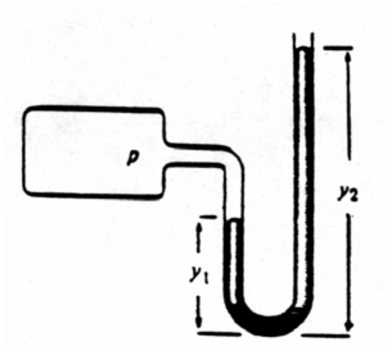
Emaitza: 3,09 cm.

1.3.- 5 cm^2-ko sekzioko ontzi zilindriko batean 50 cm^3-ko bolumeneko ura botatzen da. Horrez gain, urarekin nahastatzen ez den beste likidoko 3 cm^3 bota dira. Likido horren dentsitatea 0,8 g/cm^3–koa da. Azkenik, solido zilindriko bat sartu da, eta bere datuak ondoko hauek dira: sekzioa 4 cm^2, altuera 10 cm, eta dentsitatea 0,9 g/cm^3. Kalkulatu likidoetan murgildutako zilindroaren zatia, eta baita ontziaren hondotik bi likidoen altuerak ere. (Uraren dentsitatea: 1 g/cm^3)

Emaitzak: 9,6 cm; 15,28 cm; 18,28 cm; 15,28 cm.

1.4.- Denda batean saltzen den esnearen dentsitate erlatiboa 1,028 da. Baina esne puruaren dentsitatea 1,035 da. Zein da bota zaion uraren proportzioa?

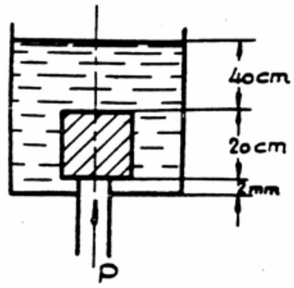
Emaitzak: %20 (bolumenean); %19’46 (masan).



1.5.- Alboko irudiko sisteman dagoen likidoa merkurioa da. Adar bakoitzeko altuerak ondoko hauek dira: y_1 = 3 cm eta y_2 = 8 cm. Egurats-presioa 970 mbar-koa da. Presioa kalkulatu honako lekuetan:

a) Hodiaren hondoan.
b) Gainazal asketik 5 cm beherago.
c) Ontziaren gasekoa.
d) Gasaren presio manometrikoa Hg-zko cm-tan.
e) Gasaren presio manometrikoa H_2O-zko cm-tan.

Emaitzak: 1,077 · 10^5 N m^{-2}; 1,037 · 10^5 N m^{-2}; 1,037 ·10^5 N m^{-2}; 5 cm; 68 cm.



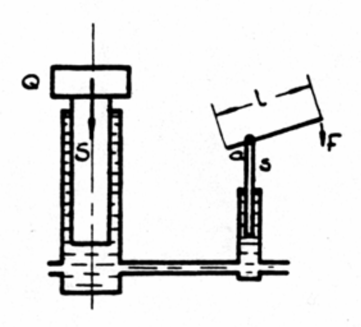
1.6.- Material arinez egindako kubo batek 0,7 g/cm^3 dentsitatea dauka. Bere ertza 20 cm-koa da, eta 0,8 dentsitate erlatiboko olioa duen ontzi baten hondoan dago, gainazal asketik 40 cm–tara dago bere goiko aurpegia. Kuboaren beheko aurpegia zulo zirkular baten gainean dago, eta zuloaren azalera 200 cm^2-koa da.

Zuloa isurtegi-tutu batekin konektaturik dago. Tutu hori bi milimetro sartzen da ontzian, eta bere hormen lodiera arbuiagarria da (ikus irudia). Kuboa askatzeko, zein izan behar da isurtegi-tutuan airearen presio manometrikoa?

Emaitza: 0,044 kp/cm^2.

1.7.-Bi aldeetatik zabaldutako hodi zilindriko baten luzera metro erdi bat da. Hodia merkurioan sartzen da erdiraino, eta gero, goiko zuloa estali egiten da. Orduan, hodia merkuriotik atera egiten da. Kalkulatu hodi barruan geratzen den merkurioaren altuera, eta baita bere gainean entzerratuta geratu den airearen presioa ere. (Egurats-presioa: merkuriozko 76 cm)

Emaitzak: 17,55 cm; 58,45 cm Hg.



1.8.- Aldameneko irudiko ponpari palanka baten bidez eragiten zaio. Sistemaren datuak hauexek dira:
l = 20 a ; S = 50 s; F = 25 Kp;
Kalkulatu zati higikorrean altxa daitekeen Q pisua.

Emaitza: 25000 Kp.

1.9.- 98 kg-ko masa duen pertsona batek, zenbat puxika hartu behar ditu hegan egiteko? Datuak: Puxikaren bolumena 0,5 m^3, puxikaren pisua arbuiagarria, gasaren dentsitatea: 0,3 kg/m^3, airearen dentsitatea: 1,3 kg/m^3 , eta pertsonaren bolumena: 100 litro.

Emaitza: 196 puxika.

1.10.- Hutsik dagoen kubo batek 10 cm-ko aldea dauka, eta bertikalki erditik mozten da. Gero, bi zatiak berriro batzen dira, eta hutsa egiten da barruan, presioa Hg-zko 4 mm-tara ailegatu arte. Eguratsaren presioa Hg-zko 730 mm-koa bada, zein izango da bi zatiak banatzeko egin behar den indarra?

Emaitza: 967,7 N.

1.11.- Edalontzi tronkokoniko baten oinarrien erradioak 3 eta 2,5 cm-koak dira, eta bere altuera 8 cm-koa da. Urez bete eta gero, paperezko orri batekin estaltzen da, eta alderantziz jartzen da. Lortu papera edalontzian itsatsita mantentzen duen indarra. (Egurats-presioa: 76 cm Hg)

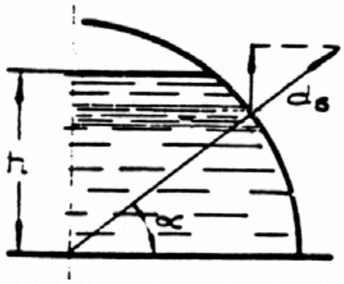
Emaitza: 284,20 N.

1.12.- Ontzi zilindriko bat 0,95 g/cm^3 dentsitateko likido batez beteta dago. Albo bateko gainazalean 8 cm-ko diametrodun zulo bat dauka. Zulo hau gainazal askearen azpitik metro batetara dago. Ontzia kortxo batekin estaltzen bada, zein da kortxoaren gainean eragiten duen indar totala?

Emaitza: 46,8 N.

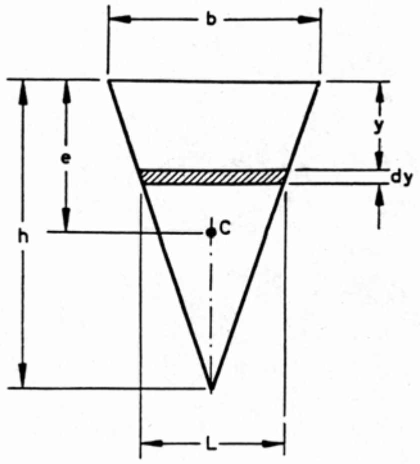
1.13.- Urpekuntzi batek egurrezko gorputz bat (ρ = 0,64) askatzen du. Gorputzak 5,5 segundotan gainazal askera ailegatzen da. Zein sakonetara dago urpekuntzia? Datua: $\rho_{itsasoa}$ = 1,026.

Emaitza: 89,40 m.



1.14.- Hutsik eta hondorik gabeko 5 kg-ko esferaerdi batek plano diametrala euskarritzat dauka. Goiko aldean egindako zulo batetik ura sartzen da. Lortu esferaerdia planotik altxatzeko beharrezkoa den uraren barruko *h* altuera. Esferaerdiaren erradioa *R* da.

Emaitza: 16,84 cm.



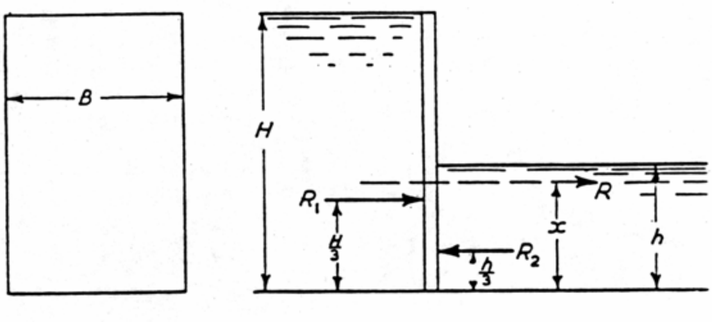
1.15.- Triangelu isoszele itxurako xafla bat likido batean bertikalki sartuta dago, eta bere oinarria likidoaren gainazal askearen mailan dago. Topatu xaflaren presio-zentroa.

Emaitza: h/2.

1.16.- Triangelu isoszele itxurako xafla bat likido batean bertikalki sartuta dago, eta bere goiko erpina likidoaren gainazal askearen mailan dago. Topatu xaflaren presio-zentroa.

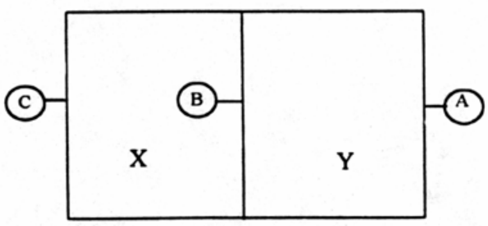
Emaitza: 3h/4.

1.17.- Dike baten ataka 5 m-ko zabalera dauka, eta alde batean ura dauka, 7,5 m-ko altuera hartzen duelarik. Beste aldean, uraren altuera 3 m-koa da. (Ikus irudia). Lortu atakaren gainean horizontalki eragiten duen indar ordezkariaren balioa, eta bere eragite-lerroaren posizioa. Bestalde, alde bateko uraren 3 m-ko altueratik 4 m-ko altuerara pasatuz gero, eragite-lerroaren posizioa nora jotzen du?



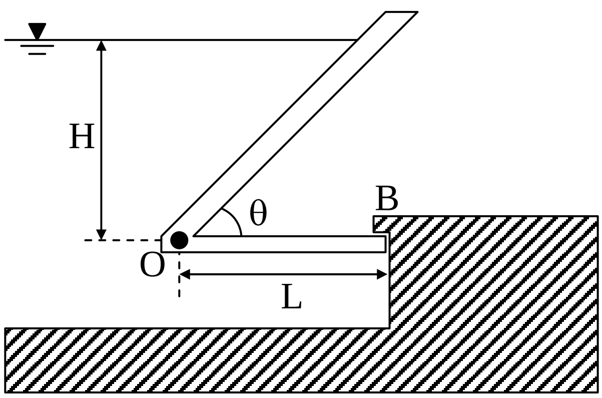
Emaitzak: 1157,6 kN; hondotik 2,79 m.

1.18.- Alboko irudiko bi ataleko ontzian, A manometroan 2,81 kg/cm^2 ageri da, B manometroa X atalaren barruan aurkitzen da, eta bertan 1,055 kg/cm^2 ageri da.
Barometroan azaltzen den presioa merkuriozko 77,6 cm bada, lortu C manometroak ematen duen presioa, eta balio absolutuan eman.



Emaitzak: 1,755 kg/cm^2; 2,809 kg/cm^2.

1.19.- Irudiko konporta zurrunki loturiko bi xaflaz osaturik dago, eta O puntuan artikulaturik dago. Konportaren zabalera *b* da. Konportaren masa arbuiagarria dela jakinda, kalkulatu uraren *H* maila B puntuko erreakzioa zero izateko.



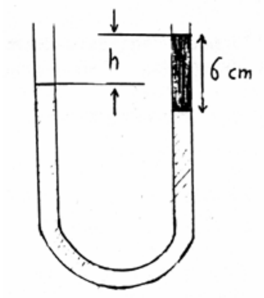
Emaitza: $\sqrt{3}L sin\theta$ **.**

1.20.- Urrez eta aluminioz egindako gorputz batek 5 kg-ko masa du. Balantza batetik eskegita dagoenean uretan sartzen da, balantzak 4 kg markatzen dituelarik. Zein da urrezko masa, eta zein aluminiozkoa? (ρ_{Au} = 19,3 ρ_{ura} ; ρ_{Al} = 2,5 ρ_{ura})

Emaitzak: m_{Au} = 2,872 kg; m_{Al} = 2,128 kg.

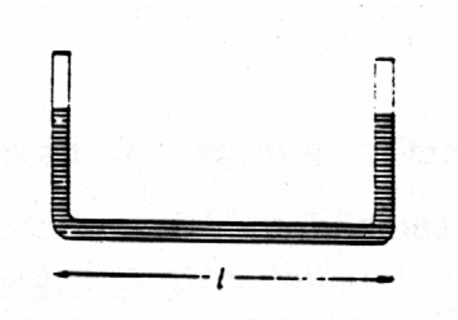
1.21.- 1500 kg-ko buia zilindriko bat itsasoan bertikalki sartuta dago ($\rho_{ur\ gazia}$ = 1,03 ρ_{ura}). Buiaren diametroa 1 m-koa da. 100 kg-ko pertsona beraren gainean jartzen bada, kalkulatu buia murgiltzen deneko gainerako distantzia.

Emaitza: 12,36 cm.



1.22.- Mutur biak zabalik dituen U itxurako hodia urez partzialki bete da. Mutur batetik kerosenoa (ρ_k = 0,82 g/cm^3) erantsiko diogu, 6 cm-tako zutabea eratuz. Likido bien gainazalen arteko altuera diferentzia aurki ezazu.

Emaitza: 1,08 cm.



1.23.- U itxurako hodiak ρ dentsitateko likidoa du bere barnean. Hodia bi egoera desberdinetan aztertuko dugu:

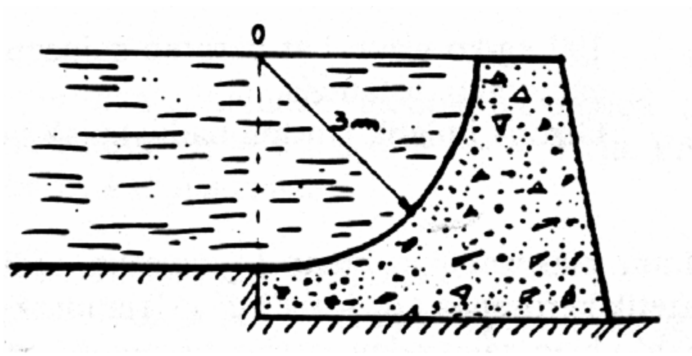
a) Hodiak eskuineranzko *a* azelerazioa du.
b) Hodiak bere adar bertikal batekiko ω abiadura angeluar konstantez biratzen du.

Bi egoera hauetan, adierazi adarretako altuera-diferentziaren funtzioan azelerazio lineala eta abiadura angeluarra.

Emaitzak: a = gh/l; w = $\sqrt{2gh}/l$.

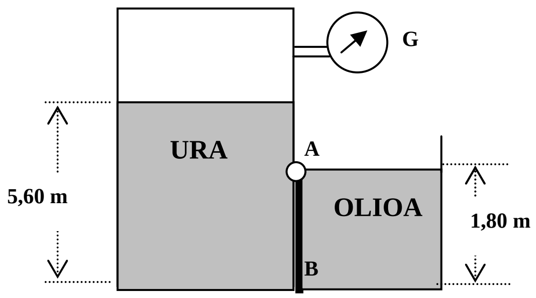
1.24.- Aurkitu urtegiaren gainazal zilindrikoaren gainean urak eragiten duen indar totala. Datuak: uraren dentsitatea ρ, urtegiaren luzera eta erradioa, *b* eta *R*, besteak beste.

Emaitza: $R_X = \rho g b R^2/2$, $R_Y = \pi \rho g b R^2/4$.



1.25.- Igerileku batean plastikozko txalupa flotatzen ari da. Txaluparen barruan harri batzuk sartuta daude. Harriak igerilekura botatzen badira, zer gertatuko da igerilekuaren ur-mailarekin?

1.26.- Alboko irudian ikus daitekeen **AB** ataka 1'2 m-ko zabalerakoa da, eta **A** puntuan artikulaturik dago. G manometroaren irakurketa hauxe da: 1,47 10^4 N/m^2. Eskuineko ontzi irekian 0,750 dentsitateko olioa daukagu. (g = 9,8 m/s^2)



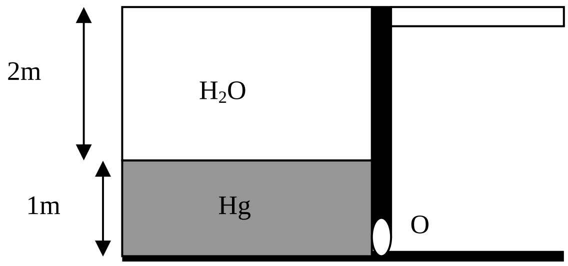
Zein da urak atakari eragiten dion indarra? (Egurats-presioa kontuan hartu gabe)

a) ≈ 131,24 kN b) ≈ 135,48 kN c) ≈ 139,72 kN d) ≈ 127,00 kN

Zein da kanpotik B puntuan eragin behar dugun indarra ataka orekan mantentzeko?

a) 59,27 kN b) 57,15 kN c) 61,39 kN d) 55,03 kN

1.27.- O puntuaren inguruan bira daitekeen 2 m-ko luzeradun konporta daukagu (ikus alboko irudia). Konportaren alde batean bi likido-geruza dauzkagu. Behekoa merkuriozkoa da, eta bestea urezkoa. Konportaren beste aldean, barra bat dago. (g = 9,8 m/s^2)



Zein da ur-geruzak konportari eragiten dion indarra? (Egurats-presioa ez hartu kontuan)

a) 9,6 kN b) 25,1 kN
c) 44,1 kN d) 39,2 kN

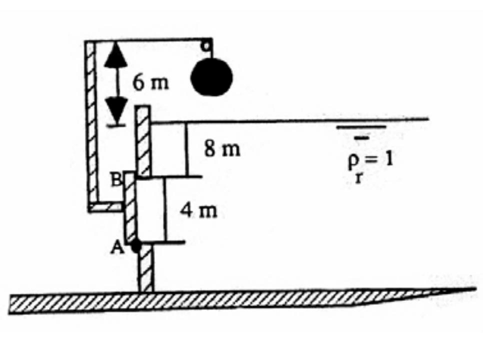
Zein da merkurio-geruzak konportari eragiten dion indarra? (Egurats-presioa ez hartu kontuan)

a) 172,48 kN b) 96,04 kN c) 213,83 kN d) 305,48 kN

Zein da barrak jasango duen indarra?

a) 67,24 kN b) 31'28 kN c) 55,36 kN d) 43,12 kN

1.28.- Alboko irudiak AB ataka erakusten du, 3 m-ko zabalerakoa. Konportak A puntuan artikulazioa dauka (planoarekiko elkarzuta). Luzaezina den soka baten bidez esfera batekin lotuta dago (ikus alboko irudia). Esfera horrek kontrapisu papera betetzen du, eta bere dentsitatea 2,4 da.
Zehaztu zein izan behar den esferaren diametro minimoa ataka itxita mantentzeko hurrengo kasuetan: a) Esfera airean dago. b) Esfera uretan guztiz sartuta dago.



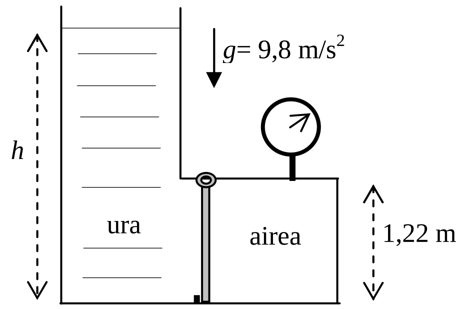
Demagun soka-polea-esfera sistema ez daukagula, eta atakak bi likido banatzen dituela. Eskuineko likidoa ura da, eta ezkerrekoa 0,8 dentsitateko fluidoa. Zein izan behar da ezkerreko likidoaren altuera (gainazal asketik artikulaziora) ataka itxita mantentzeko?

Emaitzak: 2,147 m; 2,570 m; 14,333 m.

1.29.- Zein indar eragin behar zaio 3 cm-ko aldea duen izotz-puska kubiko bati bere goiko aurpegia ur likidoaren gainazalaren parean egon dadin?
(Izotzaren dentsitatea: 0,92 g/cm^3; g = 9,8 m/s^2)

Emaitza: 2116,8 dina.

1.30.- Kalkula ezazu irudiko ate errektangeluarra erloju-orratzen kontrako noranzkoan birarazteko h-ren balio minimoa, manometroak 34450 Pa adierazten duela jakinik. Atearen zabalera b da.



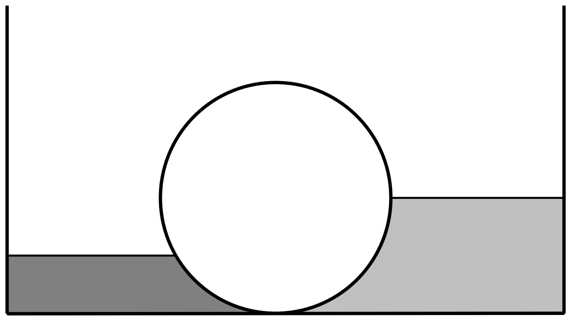
Emaitza: 3,92 m.

1.31.- Ontzi zilindriko baten pisua 45 N-koa da, bere diametroa 250 mm-koa eta bere altuera 400 mm-koa izanik. Bere barnean 180 mm-ko altueraraino olioz beterik dago, olioaren dentsitate erlatiboa 0,80 delarik. (g = 9,8 m/s^2)

a) Uretan flotatzen jartzean, zein sakoneratan geratuko da ontziaren hondoa?
b) Zein da ontziaren barruan egon daitekeen olio bolumen maximoa ontzia flotatzen mantentzeko?

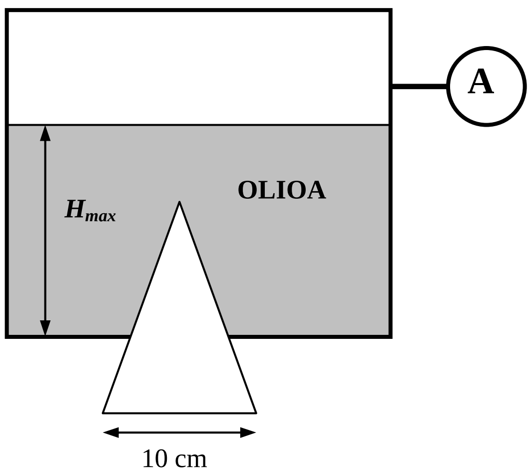
Emaitzak: 237,54 mm; 18,8 l.

1.32.- 2,4 m-ko diametroa eta metro bateko luzerako enborra daukagu. 250 kp-ko enborra luzera berdineko ontzian sarturik dago. Enborraren ezkerreko partean ura bota da 0,6 m-ko altueraraino, eta eskuinekoan berriz olioa (ρ = 0,750) 1,2 m-ko altueraraino. Kalkulatu enborraren gaineko erreakzioak.



Emaitzak: 360 kp; 1290 kp.

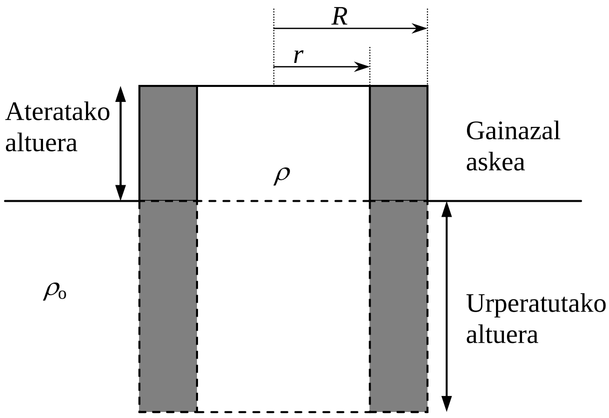
1.33.- 7 m-ko aldea duen ontzi kubiko itxia daukagu, eta bertan olioa dago (ikus irudia). Kuboaren hondoan zulo bat dago (8 × 15 cm^2 azalerakoa), eta zuloa ixteko falka bat erabiltzen da (prisma triangeluarra). Datuak: Eguratsaren presioa = 0,95 bar; olioaren dentsitatea 0,89; falkaren pisu espezifikoa = 70 N/m^3; falkaren oinarria = 10 × 15 cm^2; falkaren altuera = 10 cm; A manometroaren irakurketa = - 0,45 bar; g = 9,8 m/s^2. Falkaren eta ontziaren arteko marruskadura arbuiatu.



Zein da olioak ontziaren ondotik har dezakeen altuera maximoa, H_{max}, falka zulotik atera gabe?

a) 4,6 m b) 5,5 m c) 5,2 m d) 4,8 m

1.34.- Alboko irudian ikusten denez, barrutik hustutako zilindroak bi erradioak dauzka, barrukoa r eta kanpokoa R. Zuloa zilindroaren alde batetik bestera doa, eta ez dauka inolako taparik. Zilindroa uretan bertikalki sarturik dago eta flotatzen ari da. Zilindroaren goiko aldea uretatik kanpo dago. Demagun zilindroaren barruko hutsunean goitik olioa botatzen dugula (ρ_{olioa} = 0,9).



Zilindroak 70 cm-ko altuera baldin badauka, zein izan behar da bere dentsitatea ateratako altuera 3,5 cm izateko (irudian ikusten den moduan)? (ρ_o = uraren dentsitatea)

a) $\frac{9}{10}\rho_o$ b) $\frac{10}{7}\rho_o$ c) $\frac{23}{25}\rho_o$ d) $\frac{19}{20}\rho_o$

Orain zilindroa uretatik 4,5 cm ateratzen da. Zein izan behar da zilindroaren altuera totala, orekan olioak zilindroaren barruko bolumen guztia bete dezan?

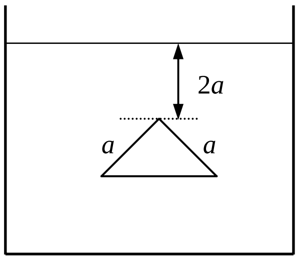
a) 350 mm b) 45,0 cm c) 0,400 m d) 7,00 dm

1.35.- Uraren dentsitate bikoitza duen harri batek V bolumena du. Ur-gordailu batean sartuta dago eta hondoarekin kontaktuan dago puntu bakar batean. Zein da harriaren gainean gordailuaren hondoak eragiten duen erreakzioa?

Emaitza: $\rho_{ura}Vg$.

1.36.- Urez beteriko edalontzia daukagu. Tutu bat edalontzian sartzen dugu, eta kanpoko muturrean hutsunea eginez ura igoarazi nahi dugu. Metodo hau erabiliz, zein da igoarazi ahal izango dugun altuerarik handiena? Azaldu.

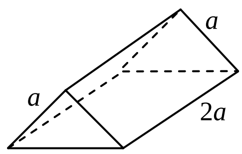
1.37.- Alboko irudian ikusten den prisma triangeluarra daukagu. Alboko aurpegia triangelu isoszelea da, eta alde berdinen arteko angelua 90°-koa da. Uretan guztiz murgilduta dago. Adierazi urak okertutako gainazal baten gainean eragiten duen indarra. Uraren dentsitatea ρ_o, prismaren dentsitatea ρ ($\rho \approx \rho_o$).



Indarraren osagai horizontala:

a) $F_x = \rho_0 g a^3\left(2\sqrt{2}+1\right)$ b) $F_x = 2\rho_0 g a^3\left(4\sqrt{2}+1\right)$

c) $F_x = \rho_0 g a^3\left(4\sqrt{2}+1\right)$ d) $F_x = \frac{\rho_0 g a^3}{2}\left(4\sqrt{2}+1\right)$

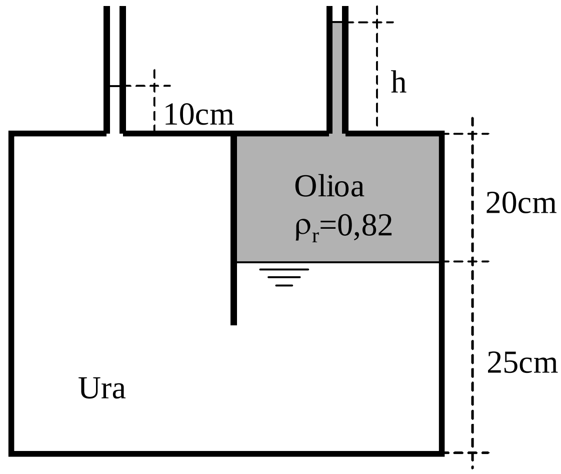


Indarraren osagai bertikala:

a) $F_y = \dfrac{\rho_0 g a^3}{2}\left(4\sqrt{2}+1\right)$ b) $F_y = \rho_0 g a^3\left(2\sqrt{2}+1\right)$

c) $F_y = \rho_0 g a^3\left(4\sqrt{2}+1\right)$ d) $F_y = 2\rho_0 g a^3\left(4\sqrt{2}+1\right)$

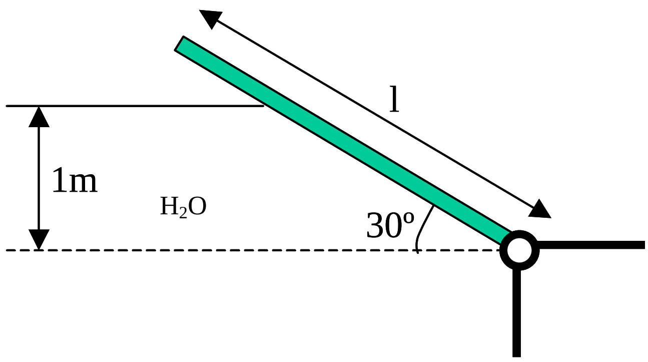
1.38.- Irudiko sistema ikusten diren bi hodiak eguratsarekin kontaktuan badaude, zein da olioak lortuko duen *h* altuera?



Emaitza: 16,585 cm.

1.39.- Flotagailuak dituen helikoptero batek igerileku baten gainazalean "lurreratzen" da. Igerilekuaren hondoko presioa aldatuko da?

1.40.- 2000 kg-ko konporta baten beheko ertza marruskadurarik gabeko artikulazio batean bermatzen da. Konportaren zabalera (irudiaren planoarekiko elkartzuta) 8 m-koa da. Erakutsitako oreka baldintzan, kalkulatu konportaren *l* luzera.



Emaitza: 6,16 m.

1.41.- Izotz xafla bat ur puruan flotatzen dago. 58 kg-ko pertsona batek izotz-xaflaren gainera igotzen da. Pertsonaren oinak ez bustitzeko, zein da xaflak eduki behar duen bolumen minimoa? Datua: ρ_{izotza} = 0,92.

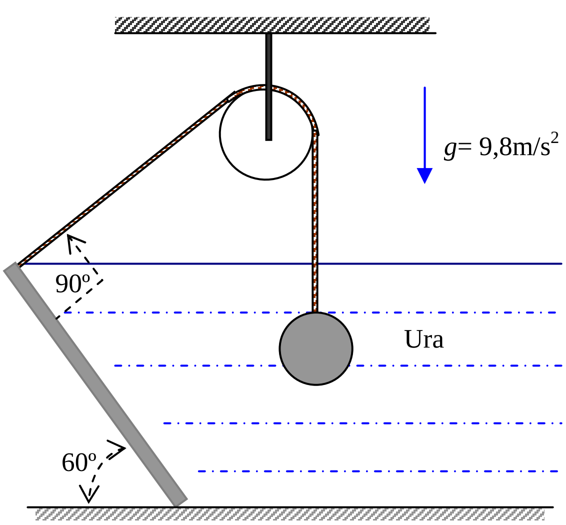
Emaitza: 0,725 m^3.

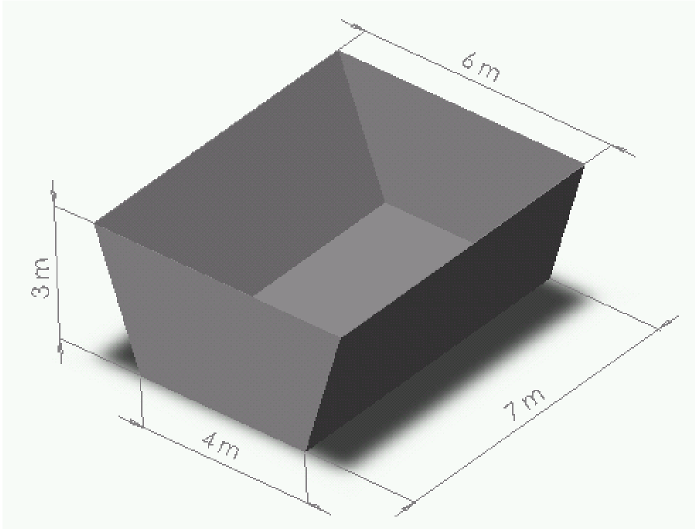
1.42.- 3,5 g/cm^3 dentsitatedun bloke kubiko homogeneoa bi likido nahastezinen artean dago orekan. Blokearen bolumenaren herena goiko likidoan murgilduta dago. Goiko likido hori ura dela jakinik, kalkula ezazu beheko likidoaren dentsitatea.

a) 4,75 g/cm^3 b) 4,60 g/cm^3 c) 4,45 g/cm^3 d) 4,30 g/cm^3

1.43.- Beheko irudiko konporta karratuak 1,5 m-ko zabalera eta 500 N-eko pisua ditu. Sistema orekan dagoela jakinik, kalkula ezazu 25 cm-ko erradiodun esfera homogeneoaren dentsitatea.

Emaitza: 8637,8 kg/m^3.





1.44.- Olioz (ρ_r = 0,82) beteriko ontzi handi batek 7 m-ko luzera du, eta 3 m-ko altuera (ikus goiko irudia). Ontziaren zeharkako sekzioa trapezoidala da, eta 4 m-ko luzera du hondoan eta 6 m-koa gainazalean. Kalkula ezazu:

a) Olioaren pisua.
b) Hondoaren gaineko indarra.
c) Alboko xafla trapezoidal baten gaineko indarra.

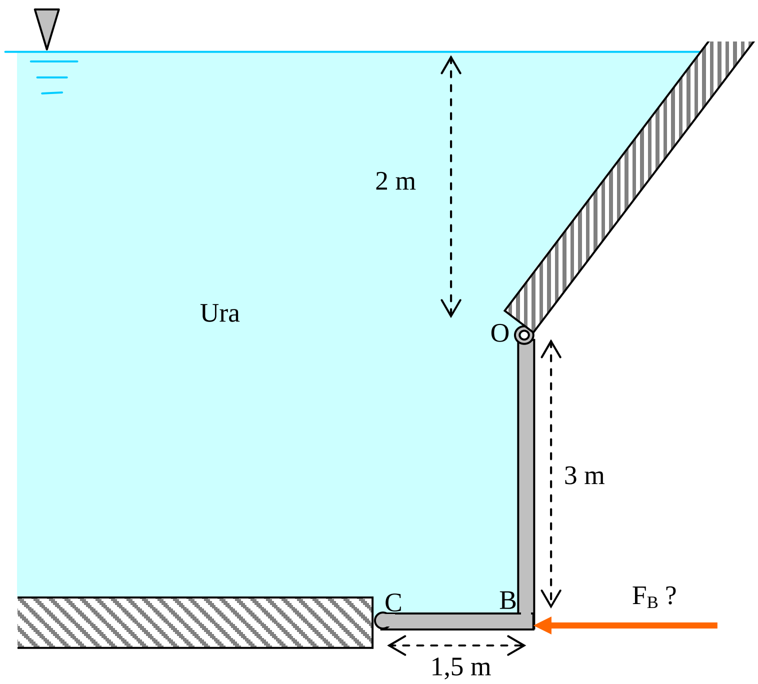
Emaitzak: 843,8 kN; 675,0 kN; 168,8 kN.

1.45.- Kutxa kubiko baten kanpo-bolumena 0,8 m^3 da eta barne-bolumena 0,6 m^3. Uretan erabat murgilduta dago. Barne-bolumenaren 1/3 urrezko lingoteez beterik dago, eta gainerakoa urez. Kable batek kutxa eusten du. Kutxa eginda dagoeneko materialaren dentsitate erlatiboa 0,8 da eta urrearena 19,3. Zein da kablearen tentsioa? (g =9,8 m/s^2)

Emaitza: 3620 Kp.

1.46.- Alboko irudiko OBC ataka zurrunak b = 4 m-ko zabalera du. atakaren pisua kontuan hartu gabe eta bandaren marruskadura arbuiaturik, ataka itxita mantentzeko B puntuan egin beharreko F_B indarra kalkula ezazu. Kalkulatu baita ere O puntuko erreakzioak.

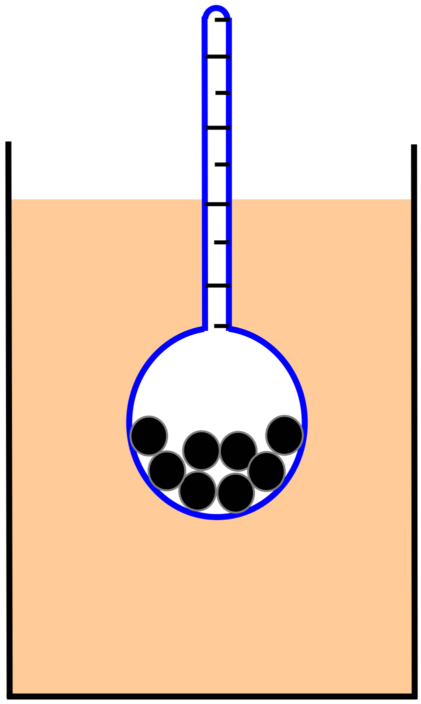
Emaitzak: 308700 N; 311487 N.



1.47.- Alboko irudian, likidoen dentsitatea neurtzeko erabiltzen den tresna dakusagu (dentsimetroa). Gordailu esferikoak berunezko perdigoiak dauzka. Dentsitatea likidoak hartzen duen altueratik irakur daiteke eskala kalibratuan. Gordailu esferikoaren bolumena 20 ml-koa da; eskalaren zati zuzenaren luzera 15 cm eta diametroa 5,00 mm dira; beirazko masa osoa 6,0 gramokoa da. Beiraren bolumena arbuiagarria da.

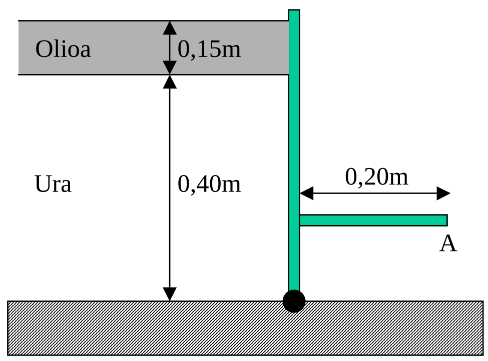
a) Zein berun-masa sartu behar da gordailu esferikoan, neur daitekeen dentsitate txikieneko likidoa 0,90 kg/l dentsitatekoa izan dadin?
b) Berun-masa horrekin, zein da neur daitekeen likidoaren dentsitaterik handiena?

Emaitzak: 14,65 g; 1032,5 kg/m^3.

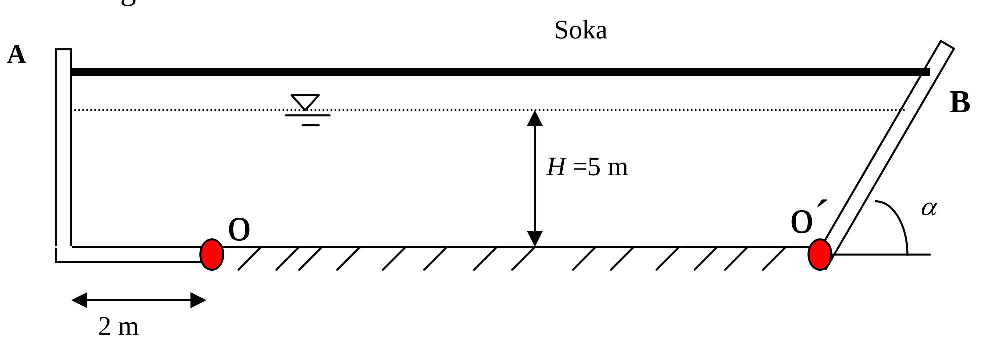


1.48.- Irudiko ataka 0,5 m-ko zabalerakoa da, eta O puntuaren inguruan bira daiteke. Bere pisua arbuiagarria izanik, zein da bere gaineko indar erresultantea? Ataka orekan egon dadin, zein da A puntuan aplikatu behar dugun goranzko F indarra? Olioaren pisu espezifikoa γ = 7350 N/m^3-koa da.

Emaitzak: 653,84 N; 574,86 N.



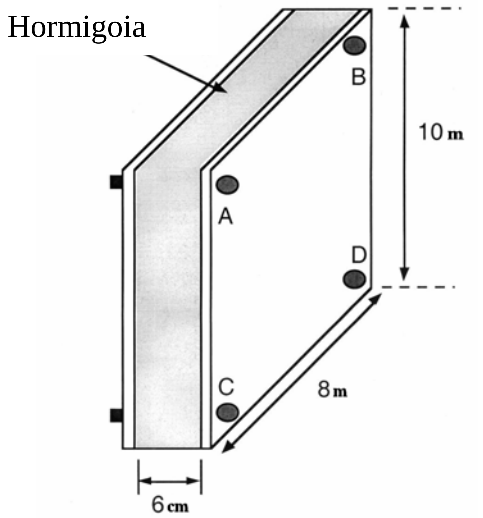
1.49.- Ura gordetzen duten masarik gabeko bi ataka ditugu. Aurki ezazu α angelua, irudiko sistema orekan egoteko.

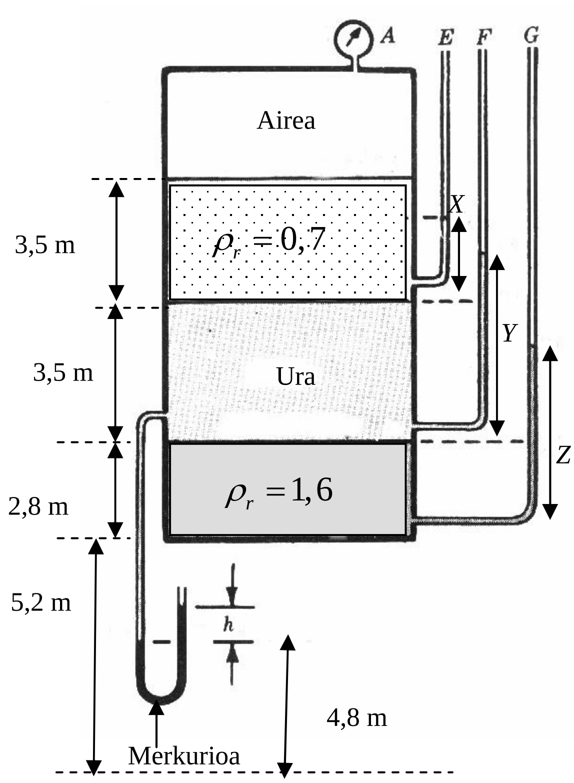


Emaitza: $\alpha = 55° 17' 5{,}99''$.

1.50.- Enkofratu bat egiteko hormigoia botatzean, hormigoiak 2,4 dentsitate erlatibozko fluido baten moduan jokatzen du. Beheko irudiak ohiko konfigurazio bat adierazten du, A, B, C eta D izkinetan 4 torlojorekin lotutakoa. Kalkula ezazu torlojo bakoitzak jasaten duen indarra, ertzetako efektuak mesprezatuz. Datua: g = 9,8 m/s^2.

Emaitzak: 1,568 10^6 N; 3,136 10^6.





1.51.- Ontzi baten goiko aire-ganbaran hutsa egiten da presio manometrikoa – 0,2 bar izan arte (ikus goian eskuineko irudia). Datua: g = 9,8 m/s^2. Kalkula ezazu:

a) *E*, *F* eta *G* irekitako zutabe piezometriko bakoitzean likidoek hartzen dituzten altuerak (*X*, *Y* eta *Z*).

b) Irudiko U itxurako manometroan merkurioaren altuera-diferentzia (*h*).

Emaitzak: 0,5845 m; 3,9092 m; 5,2432 m; 0,5227 m.

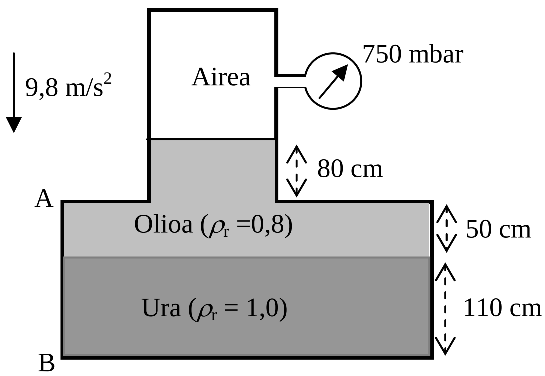
1.52.- Alboko gordailuan, kalkula itzazu:

a) Presio manometrikoa hondoan, mbar-tan.

b) AB alde karratuaren gaineko indarra, kN-tan.

c) Indar hori aplikatu behar deneko puntuaren altuera hondotik neurtuta , cm-tan.

Emaitzak: 959,72 mbar; 226,0 kN; 77,7 cm.

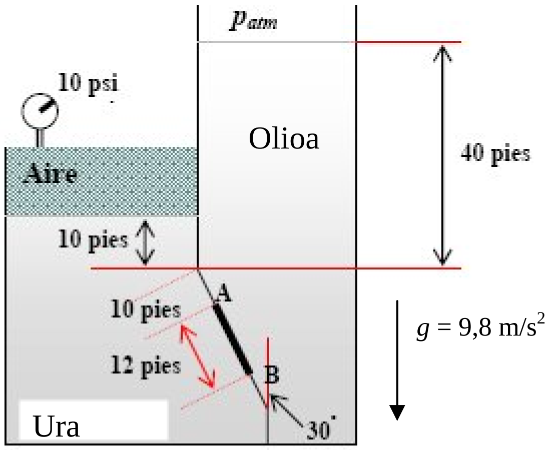


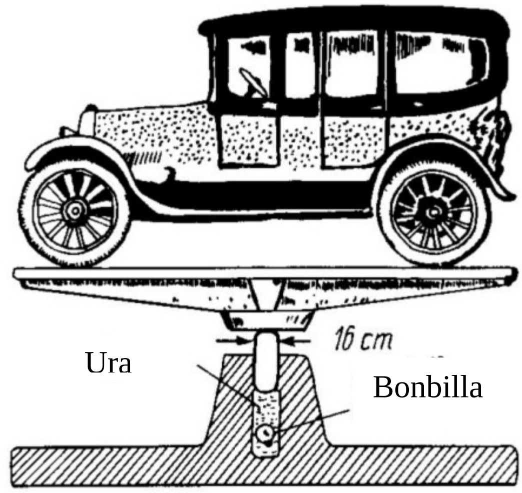
1.53.- 5 kg-ko harriak uraren dentsitate bikoitza du. Harria ur-gordailu batean sartuta dago eta hondoarekin puntu bakar batean dago kontaktuan. Zein da harriaren gainean gordailuaren hondoak eragiten duen indarra? g = 9’8m/s^2

Emaitzak: 24,5 N.

1.54.- Kalkulatu urak eta olioak AB atakaren gainean eragindako indar totala. Adierazi atakaren gaineko indar totala non aplikatu behar den, atakaren hondotik neurtuta (hau da, B puntutik). Olioaren dentsitatea 0,6 da, eta atakaren dimentsioak 12×4 oinbete^2.
Datuak: 1 oinbete = 0,3048 m; 1 psi = 6,8948 kPa.

Emaitzak: 194,8 kN; 1,742 m.





1.55.- Goiko irudian 16 cm-ko diametroa duen enbolo baten bidez tona erdiko autoa eusten da. Enboloaren zilindroan ura daukagu. Zilindroaren barruan bonbilla bat sartuko bagenu, apurtuko litzateke?
Etxeko bonbillek 27 N/cm^2-ko presioa eusteko moduan daude.

1.56.- Hidrogenoz puzturiko puxikak, zein diametro minimo eduki behar du 1000 kg-ko masa jasotzeko? Puxikaren masa arbuiatu. $\rho(H_2) = 0{,}09$ kg/m^3; ρ(airea) = 1,293 kg/m^3.

Emaitza: 11,67 m.

1.57.- Izotz puska bat daukagu, eta edalontzi baten barruan kokatzen dugu. Jarraian edalontzia ur likidoz betetzen dugu goraino. Izotza urtzean, zer gertatuko da uraren mailarekin? Berdin geratuko da? Uraren maila jaitsiko da? Urak gainezka egingo du? Erantzutean frogapen matematikoa eman behar da. Datuak: $\rho_{\text{ur likidoa}} > \rho_{\text{izotza}}$.

1.58.- Aurreko ariketako izotzaren barruan berun puska bat balego, zer aldatuko litzateke? Eta beruna izan beharrean, izotzaren barruan kortxoa edukiko bagenu? Erantzutean frogapen matematikoa eman behar da. Datuak: $\rho_{\text{beruna}} > \rho_{\text{ur likidoa}} > \rho_{\text{kortxoa}}$.